

---

Περιοδική έκδοση για τα  
Μαθηματικά Γυμνασίου  
<https://mathsgymnasio.wordpress.com/>

---

Τεύχος 5

---

## Περιεχόμενα

Σελίδα 5: Α' Γυμνασίου, Μέρος Α', Άλγεβρα, Κεφάλαιο 7, Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

Δουκάκης Σπυρίδων & Σαράφης Ιωάννης  
Αθήνα, Απρίλιος 2015  
Έκδοση 2.0



# Πρόλογος

Με το πέμπτο τεύχος ολοκληρώνεται η ύλη της α γυμνασίου, σύμφωνα με την οπτική των δημιουργών. Το παρόν τεύχος περιλαμβάνεται διδακτικό υλικό για το κεφάλαιο «Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί». Το υλικό, μπορεί να αξιοποιηθεί τόσο στο πλαίσιο της σχολικής τάξης, όσο και στο σπίτι από τον ίδιο τον μαθητή και την μαθήτριά.

Το υλικό περιλαμβάνει φύλλα εργασίας τα οποία είναι δομημένα σε μορφή δίστηλου. Τα φύλλα εργασίας περιλαμβάνουν στην αριστερή στήλη και μέσα σε κατάλληλα πλαίσια θεωρία, χρήσιμες πληροφορίες, ιστορικά σημειώματα κ.α., τα οποία χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένα εικονίδια<sup>1</sup> για να μπορεί ο μαθητής και η μαθήτριά να διακρίνει το στόχο τους. Στο κύριο μέρος του φύλλου εργασίας ο μαθητής καλείται να εργαστεί ατομικά ή συνεργατικά για να οικοδομήσει τις γνώσεις τους, μέσα σε ένα πλαίσιο σκαλωσιάς μάθησης, βάσει του ισχύοντος προγράμματος σπουδών, των οδηγίων διδασκαλίας, του υλικού του σχολικού βιβλίου και του υλικού του βιβλίου εκπαιδευτικού. Το υλικό συνοδεύεται από επιλεγμένα μικροπειράματα<sup>2</sup> που προέρχονται από το ψηφιακό σχολείο, από άλλες πηγές ή έχουν αναπτυχθεί από τους συγγραφείς. Κάθε κεφάλαιο ολοκληρώνεται με ασκήσεις, που καλείται να λύσει ο μαθητής. Οι ασκήσεις έχουν αναπτυχθεί με γνώμονα τις ανάγκες της σχολικής τάξης και την εμπάθυνση των μαθητών στις μαθηματικές έννοιες.

Τα φύλλα εργασίας και οι ασκήσεις αποτελούν μία οργανωμένη συγκέντρωση των υπαρχουσών πηγών υλικού και στοχεύουν στην υποστήριξη της μάθησης των μαθητών και στην ενίσχυση της μαθηματικής εκπαίδευσης, μέσα από ένα πλούσιο σε πηγές πλαίσιο. Για το λόγο αυτό το υλικό προσφέρεται με άδεια creative commons, ώστε να είναι διαθέσιμο και «ανοικτό» σε όλη την εκπαιδευτική μαθηματική κοινότητα.

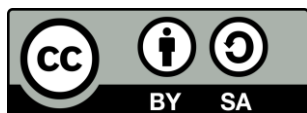
Το υλικό έχει δουλευτεί στις τάξεις, έχει αξιοποιηθεί από δεκάδες μαθητές και μαθήτρες και από αρκετούς εκπαιδευτικούς. Ευχαριστούμε για τη βοήθεια όλους τους συναδέλφους που μας στήριξαν σε αυτή την προσπάθεια και κυρίως τους συναδέλφους μαθηματικούς του PIERCE-Αμερικανικό Κολλέγιο Ελλάδος και της Ελληνογαλλικής Σχολής Καλαμαρι.

**Το Τεύχος 5 περιέχει υλικό για τα ακόλουθα:**

**Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄, Άλγεβρα, Κεφάλαιο 7, Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί**

Καλή μελέτη!

Σπυρίδων Δουκάκης & Ιωάννης Σαράφης  
[mathsgymnasio@gmail.com](mailto:mathsgymnasio@gmail.com)



Αυτό το υλικό διατίθεται με άδεια Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

Η αναφορά σε αυτό θα πρέπει να γίνεται ως εξής:

Δουκάκης, Σ., & Σαράφης, Ι. (2015). *Περιοδική έκδοση για τα Μαθηματικά Γυμνασίου, Τεύχος 5*, (Έκδοση 2.0, σ. 27).

Ευχαριστίες στους/στις εκπαιδευτικούς:

Βροντάκη Εμμανουήλ, Διαμάντη Χρήστο, Κάντα Σπυριδούλα, Μιχαλοπούλου Γεωργία και Πέρδο Αθανάσιο.

<sup>1</sup> Τα εικονίδια προέρχονται από το βιβλίο: Βακάλη Α., Γιαννόπουλος Η., Ιωαννίδης Ν., Κοίλιας Χ., Μάλαμας Κ., Μανωλόπουλος Ι., Πολίτης Π. (1999). *Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον*, ΙΤΥΕ, Διόφαντος.

<sup>2</sup> Τα μικροπειράματα προέρχονται από το Φωτόδεντρο ([photodentro.edu.gr](http://photodentro.edu.gr)) και έχουν αναπτυχθεί από την ομάδα του Εργαστηρίου Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας με συντονιστή τον Καθ. Κωνηγό Χρόνη.

**Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄, Άλγεβρα,  
Κεφάλαιο 7, Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί**



# Μέρος Α' - Κεφάλαιο 7ο - Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

## A.7.1. Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου



Θερμόμετρο με βαθμούς Κελσίου και βαθμούς Φαρενάιτ.



Τα σύμβολα «+» και «-» λέγονται **πρόσημα**. Γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως **θετικούς** ή **αρνητικούς**.



Σε περιπτώσεις που αναφερόμαστε μόνο σε θετικούς αριθμούς, μπορούμε να παραλείψουμε το πρόσημο +



Η εισαγωγή των αρνητικών αριθμών δημιουργεί την ανάγκη της τοποθέτησης πρόσημου μπροστά από όλους τους αριθμούς. Έτσι γίνεται φανερό ποιοι αριθμοί είναι οι **θετικοί** και ποιοι οι **αρνητικοί**.

1. Γιατί υπάρχει η ανάγκη εισαγωγής αρνητικών αριθμών;

.....

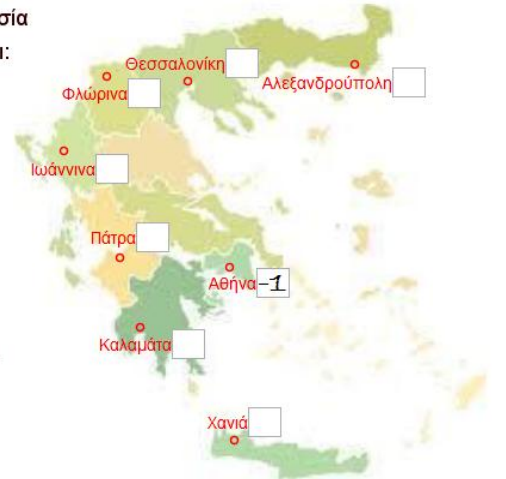
.....

2. Δραστηριότητα.

Η μετεωρολογική υπηρεσία προέβλεψε ότι η θερμοκρασία για τις πόλεις που φαίνονται στο διπλανό χάρτη θα είναι:

- Αθήνα: 1° C κάτω από το μηδέν
- Αλεξανδρούπολη: 11° C κάτω από το μηδέν
- Θεσσαλονίκη: 3° C πάνω από το μηδέν
- Ιωάννινα: 8° C κάτω από το μηδέν
- Καλαμάτα: 4° C κάτω από το μηδέν
- Πάτρα: 8° C πάνω από το μηδέν
- Φλώρινα: 12° C κάτω από το μηδέν
- Χανιά: 15° C πάνω από το μηδέν

Να σημειώσετε στο χάρτη αριθμούς που να εκφράζουν τις παραπάνω θερμοκρασίες



3. Στον ανελκυστήρα ενός γκαράζ υπάρχουν τα κουμπιά που βλέπετε δίπλα.

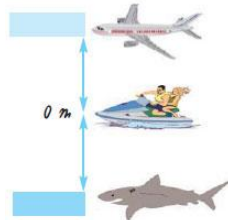
Τι εκφράζουν οι αριθμοί που είναι γραμμένοι στα κουμπιά;

.....

.....

4. Στο ακόλουθο σχήμα παρατηρούμε ότι το αεροπλάνο πετάει στα 200 m και ο καρχαρίας βρίσκεται σε βάθος 200 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.

Προσπαθήστε να εκφράσετε με κατάλληλους αριθμούς τις θέσεις του αεροπλάνου και του καρχαρία σε σχέση με την επιφάνεια της θάλασσας;



.....

.....

.....

.....

5. Να γράψετε τους ακόλουθους αριθμούς.

Τον θετικό αριθμό 3 .....

Τον αρνητικό αριθμό  $\frac{3}{4}$  .....

Τον θετικό αριθμό 15,7 .....

Τον αρνητικό αριθμό 0,098 .....



Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.



**Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το **ίδιο πρόσημο**.

**Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν **διαφορετικό πρόσημο**.



Το σύνολο των αριθμών 0,1,2,3,... ονομάζεται σύνολο των **φυσικών αριθμών**.



**Ακέραιοι αριθμοί** είναι οι **φυσικοί** αριθμοί μαζί με τους **αντίστοιχους αρνητικούς** αριθμούς.



**Ρητοί** αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί: **φυσικοί, κλάσματα** και **δεκαδικοί** μαζί με τους **αντίστοιχους αρνητικούς** αριθμούς.



Αν θεωρήσουμε αριστερά της αρχής **O** του ημιάξονα **Ox** των αριθμών, τον αντικείμενο αυτού ημιάξονα **Ox'**, θα έχουμε τη δυνατότητα, με αυτόν τον τρόπο, να παραστήσουμε όλους τους ρητούς αριθμούς.



Η θέση ενός σημείου επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται **τετμημένη του σημείου**.

**6. Να διαχωρίσετε τους ακόλουθους αριθμούς σε ομόσημους και ετερόσημους.**

Αριθμοί	Ομόσημοι	Ετερόσημοι
-7		
+1,25		
$\frac{10}{7}$		
$-\frac{3}{4}$		
-0,58		
+5		

**7. Δίνονται οι ακόλουθοι αριθμοί. Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα έτσι ώστε να δείξετε αν είναι φυσικοί, ακέραιοι ή/και ρητοί. Τοποθετήστε το σύμβολο ✓ αν ο αριθμός ανήκει στο συγκεκριμένο σύνολο.**

Αριθμοί	Φυσικοί	Ακέραιοι	Ρητοί
-4			
7			
12,0001			
$\frac{2}{3}$			
$-\frac{2}{3}$			
5,46			
-3,47			
0			
$-\frac{6}{3}$			

**8. Να βάλετε σε μία ημιευθεία (ημιάξονα) με όνομα Ox ορισμένους φυσικούς αριθμούς.**

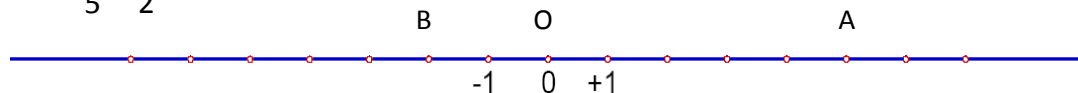
- Σκεφτείτε ποιος θα είναι ο πρώτος αριθμός.
- Σκεφτείτε ποιος θα είναι ο επόμενος αριθμός.
- Σχεδιάστε μία ημιευθεία.
- Τοποθετήστε ορισμένους φυσικούς αριθμούς.

**9. Στον προηγούμενο ημιάξονα που κατασκευάσατε, να φτιάξετε τον αντικείμενο ημιάξονα του ημιάξονα Ox και να τον ονομάσετε Ox'.** Να τοποθετήσετε ορισμένους **ακέραιους αρνητικούς** αριθμούς.

- Σκεφτείτε που θα βρίσκεται ο πρώτος αρνητικός ακέραιος αριθμός.
- Σκεφτείτε που θα τοποθετήσετε τον επόμενο αρνητικό ακέραιο αριθμό.
- Τοποθετήστε ορισμένους αρνητικούς ακέραιους αριθμούς.

**10. Να σημειώσετε στον άξονα τους παρακάτω αριθμούς: +2, -3, +4, -5, +3,5, -1.5,**

$+\frac{3}{5}, -\frac{5}{2}, +8, -7.$



- Το σημείο A έχει τετμημένη .....
- Το σημείο B έχει τετμημένη .....
- Το σημείο O έχει τετμημένη .....

**11. Να εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa7 1](#). Να κατασκευάσετε την ευθεία και να τοποθετήσετε τους αριθμούς: 1,3 -2,5 3 1 -1,2 -2 -0,2 0,5.**

**12. Να εκφράσετε με τη βοήθεια των θετικών και αρνητικών ρητών αριθμών:**

- α) 13,75 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας: .....
- β) 20° Κέλσιου πάνω από το μηδέν: .....
- γ) κέρδος 3.368,97 €: .....
- δ) αύξηση κατά 2.527,15 €: .....
- ε) μείωση κατά 50 μονάδες: .....
- στ) έκπτωση 15% επί της τιμής: .....

## Α.7.2. Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών



Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού **α** εκφράζει την **απόσταση του σημείου με τετμημένη α** από την αρχή **Ο** του άξονα και συμβολίζεται με  **$|α|$** .



Η απόλυτη τιμή είναι πάντα **μη αρνητικός αριθμός** αφού εκφράζει απόσταση.



Για να βρείτε την απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού γράψετε τον αριθμό που σας δίνεται χωρίς το πρόσημο του.



Η **απόλυτη τιμή** ενός **θετικού αριθμού** είναι ο **ίδιος ο αριθμός**.

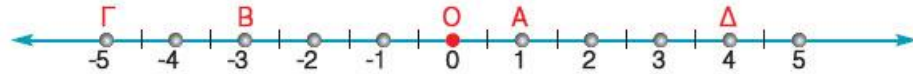


Η **απόλυτη τιμή** ενός **αρνητικού αριθμού** είναι ο **αντίθετός του**.



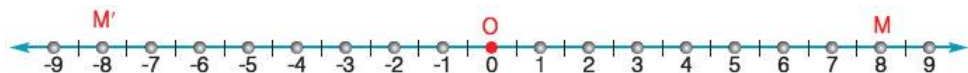
Η **απόλυτη τιμή του μηδενός** είναι το **μηδέν**.

**13. Βρείτε πόσες μονάδες απέχουν από την αρχή Ο του άξονα τα σημεία Α, Β, Γ και Δ.**



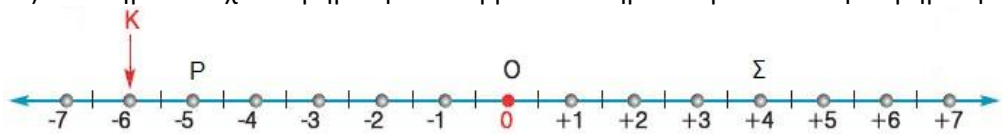
- α) Το σημείο Α απέχει από την αρχή Ο του άξονα ..... μονάδα(ες).
- β) Το σημείο Β .....
- γ) Το σημείο Γ .....
- δ) Το σημείο Δ .....

**14. Στην παρακάτω ευθεία βρείτε τις τετμημένες των σημείων Μ' και Μ.**



- α) Τι παρατηρείτε για τις τετμημένες των σημείων Μ' και Μ;  
.....
- β) Προσπαθήστε να τοποθετήσετε στην παραπάνω ευθεία των ρητών τα σημεία Α' και Α που απέχουν από την αρχή Ο του άξονα 3,5 μονάδες.
- γ) Κάντε το ίδιο για τα σημεία Β' και Β που απέχουν από την αρχή Ο του άξονα 5 μονάδες.

**15. α) Το σημείο Κ έχει τετμημένη -6. Να βρείτε το σημείο Λ με αντίθετη τετμημένη.**



- .....
- β) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά βάσει του παραπάνω άξονα:
  1. Η απόλυτη τιμή του +2 είναι  $|+2| = \dots$
  2. Η απόλυτη τιμή του 1 είναι  $|1| = \dots$
  3. Η απόλυτη τιμή του -3 είναι  $|-3| = \dots$
  4. Η απόλυτη τιμή του  $\frac{5}{2}$  είναι  $|\frac{5}{2}| = \dots$
  5. Η απόλυτη τιμή του -1,5 είναι  $|-1,5| = \dots$
  6. Η απόλυτη τιμή της τετμημένης του σημείου Ο είναι: .....
  7. Η απόλυτη τιμή της τετμημένης του σημείου Σ είναι: .....
  8. Η απόλυτη τιμή της τετμημένης του σημείου Κ είναι: .....
  9. Η απόλυτη τιμή της τετμημένης του σημείου Ρ είναι: .....

**16. Εάν η απόλυτη τιμή του αριθμού α είναι 2, να βρεθεί ο αριθμός α.**



**17. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των ακόλουθων αριθμών:**

- α) -5 .....
- β) 6 .....
- γ) -3,8 .....
- δ)  $-\frac{4}{3}$  .....
- ε) +5 .....
- στ) 0 .....



**Αντίθετοι αριθμοί** λέγονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή και διαφορετικό πρόσημο.



Ο αντίθετος του  $x$  είναι  $-x$ .



Ο αντίθετος του 0 είναι το 0.

**18. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των αριθμών:**

- $|+4|$  .....
- $|-4|$  .....

**Τι παρατηρείτε;** .....

**19. Να βρείτε τον αντίθετο αριθμό σε κάθε περίπτωση**

- α) Ο αντίθετος του 3 είναι το .....
- β) Ο αντίθετος του  $\frac{1}{2}$  είναι το .....
- γ) Ο αντίθετος του -5 είναι το .....
- δ) Ο αντίθετος του -3,5 είναι το .....

**20. Να συμπληρώσετε τον πίνακα**

Αριθμός	5		-2,1	$\frac{7}{3}$		
Αντίθετος					25	$-\frac{1}{5}$
Απόλυτη τιμή		8				

**21. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων**

- α)  $|-3|+|+6|-|-3|=\dots\dots\dots$
- β)  $|35-4|-|5+3|+|7-7|-|-8|=\dots\dots\dots$

**22. Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή 7.**

.....

**23. Να βρείτε τις τιμές της μεταβλητής  $x$  όταν  $|x|=3$ .**

.....

**24. Αν δύο σημεία έχουν τετμημένες αντίθετους αριθμούς και απέχουν απόσταση ίση με 10, τότε να βρείτε τις τετμημένες τους.**

.....



Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση, δεξιά και αριστερά από την αρχή των αξόνων, έχουν τετμημένες, αντίθετους αριθμούς.



Ο μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.



Κάθε θετικός ρητός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό ρητό αριθμό.



Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.



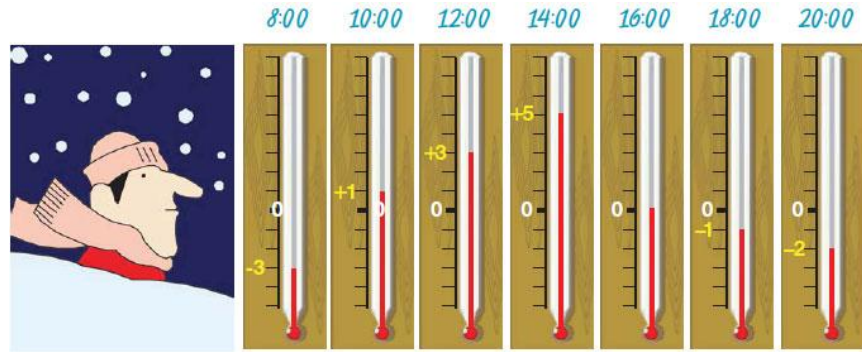
Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.



Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.



**25. Μια κρύα μέρα του χειμώνα ο Κώστας κοιτούσε τη θερμοκρασία κάθε δύο ώρες. Οι ενδείξεις του θερμομέτρου, που έβλεπε, φαίνονται παρακάτω:**



α) Να καταγράψετε όλες τις ενδείξεις του θερμομέτρου με αύξουσα σειρά.

.....

β) Να καταγράψετε όλες τις ενδείξεις του θερμομέτρου με φθίνουσα σειρά.

.....

**26. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο (>, <, =)**

- α)  $7 \dots\dots 9$       β)  $-7 \dots\dots -9$       γ)  $0 \dots\dots -2$       δ)  $-4 \dots\dots -\frac{8}{2}$   
 ε)  $-\frac{3}{2} \dots\dots -\frac{3}{5}$       στ)  $\frac{3}{5} \dots\dots -\frac{2}{3}$       ζ)  $0 \dots\dots -0,5$       η)  $\frac{4}{9} \dots\dots 0$   
 θ)  $-\frac{1}{2} \dots\dots -\frac{1}{5}$       ι)  $\frac{3}{5} \dots\dots \frac{7}{5}$       ια)  $-\frac{1}{2} \dots\dots 0,5$

**27. Στον άξονα των αριθμών να τοποθετήσετε τους αριθμούς και στη συνέχεια να τους γράψετε κατά αύξουσα σειρά.**

- α) 5      β) 7      γ) -5      δ) 0      ε) -2,5      στ) 0,3      ζ)  $-\frac{9}{4}$       η) -2,01      θ) 0,5

**28. Το x παριστάνει έναν ακέραιο αριθμό. Για ποιες τιμές του x θα ισχύουν οι σχέσεις:**

α)  $-5 < x < -2$  .....

β)  $-1 \leq x < 3$  .....

### A.7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών



Για να προσθέσετε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτετε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζετε το πρόσημό τους.



Για να προσθέσετε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρείτε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζετε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.



#### Ιδιότητες της πρόσθεσης

Μπορείτε να αλλάζετε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.  
(Αντιμεταθετική ιδιότητα)  
 $\alpha + \beta = \beta + \alpha$

Μπορούμε να αντικαθιστούμε προσθετέους με το άθροισμά τους ή να αναλύουμε ένα προσθετέο σε άθροισμα.  
(Προσεταιριστική ιδιότητα)  
 $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$

Το 0 όταν προστεθεί σε ένα ρητό δεν τον μεταβάλλει.  
 $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$

Το άθροισμα δύο αντιθέτων αριθμών είναι μηδέν.  
 $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$

29. Σε κάθε μία από τις περιπτώσεις που περιγράφονται, να γράψετε την πρόσθεση που της αντιστοιχεί και στη συνέχεια το αποτέλεσμα.

	Πρόσθεση	Αποτέλεσμα
α) Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε συνεχόμενα δύο φορές: Η πρώτη αύξηση ήταν 8,5 € και η δεύτερη 6,2 €		
β) Η τιμή ενός προϊόντος μειώθηκε συνεχόμενα δύο φορές: Η πρώτη μείωση ήταν 8,5 € και η δεύτερη 6,2 €		
γ) Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε κατά 8,5 € και μετά μειώθηκε κατά 6,2 €		
δ) Η τιμή ενός προϊόντος μειώθηκε κατά 8,5 € και μετά αυξήθηκε κατά 6,2 €		

30. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

α) $3 + 5$	β) $6 + 2$
------------	------------

31. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

α) $-7 + 5$	β) $-\frac{1}{3} + \frac{7}{3}$
-------------	---------------------------------

32. Ας εργαστούμε στο μικροπείραμα [mpa7 2](#). Περιγράψτε την διαδικασία με την οποία μπορείτε να προσθέσετε δύο αριθμούς.

.....

.....

.....

.....

33. Ας εργαστούμε στο μικροπείραμα [mpa7 3](#). Περιγράψτε την διαδικασία με την οποία μπορείτε να προσθέσετε δύο αριθμούς.

.....

.....

.....

.....

34. Να προσθέσετε σε κάθε ένα από τα παρακάτω τον αντίθετο που αριθμού που υπάρχει και να εκτελέσετε τις πράξεις:

α) $-6 +$	β) $\frac{1}{3} +$	γ) $x +$	δ) $-x +$
-----------	--------------------	----------	-----------

**35. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:**

α)  $(+5) + (+8) + (-3) + (-6) + (+3) + (-7)$

.....  
 .....  
 .....

(χωρίζουμε τους αρνητικούς από τους θετικούς)

(προσθέτουμε χωριστά τους αρνητικούς και τους θετικούς)

β)  $(-1,8) + (+4,8) + (+9,7) + (-4,8) + (-3,4) + (+1,5)$

.....  
 .....  
 .....

γ)  $(+5,6) + (+8,7) + (-3,2) + (-6,9) + (+3,2) + (-7,4)$

.....  
 .....  
 .....

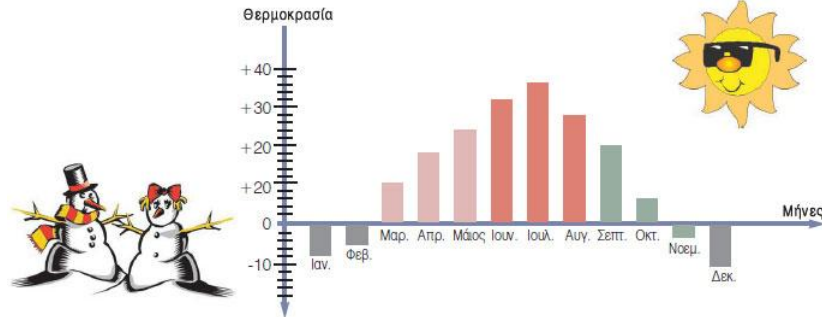
**36. Να υπολογίσετε κάθε έκφραση για  $x = 3,5$ .**

α) $5,2 + x$	β) $-5,2 + x$	γ) $-x + 5,2$	δ) $-x + (-5,2)$	ε) $x + (-3,5)$

### A.7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών



37. Στο σχήμα βλέπουμε τη μέση θερμοκρασία μιας περιοχής για τους 12 μήνες του χρόνου σε συγκεκριμένη ώρα της ημέρας.



Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β.  
 $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$



Στους ρητούς αριθμούς η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση και επομένως είναι πάντα δυνατή (δηλαδή, δεν απαιτείται να είναι ο μειωτέος πάντα μεγαλύτερος από τον αφαιρετέο, όπως ίσχυε μέχρι τώρα).



#### Απαλοιφή παρενθέσεων

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το -, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το - και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αλλαγμένα πρόσημα.

α) Ποιος είναι ο πιο ζεστός μήνας του έτους και ποιος ο πιο κρύος;

.....

β) Ποια είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ αυτών των μηνών;

.....

γ) Ποια είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ κάθε δύο διαδοχικών μηνών;

.....

38. Ας εργαστούμε στο μικροπείραμα [πρα7 4](#). Περιγράψτε την διαδικασία με την οποία μπορείτε να αφαιρέσετε δύο αριθμούς.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

39. Να κάνετε τις πράξεις:

α)  $(+5) + (-7)$

.....  
 .....  
 .....

β)  $(9,1-6,2+3,4) + (-7,5+10-8,3)$

.....  
 .....  
 .....

40. Να κάνετε τις πράξεις:

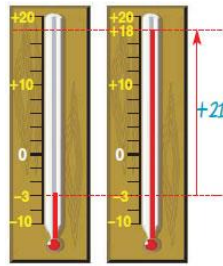
α)  $(-5) - (-7)$

.....  
 .....  
 .....

β)  $(-9,1-6,2+3,4) - (-7,5+10-8,3)$

.....  
 .....  
 .....

41. Ένα βράδυ το θερμόμετρο στο μπαλκόνι ενός σπιτιού έδειχνε  $-3^{\circ}\text{C}$  και μέσα στο σπίτι  $18^{\circ}\text{C}$ . Πόση ήταν η διαφορά θερμοκρασίας;



42. Ένας έμπορος χρωστάει στον προμηθευτή του 897,56 € και του οφείλει ένας πελάτης 527,42 €. Πόσα € πρέπει να έχει στο ταμείο για να ξεχρεώσει;

43. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x + (+3) = (-9)$ ..... ..... .....	β) $(-8) - x = +7$ ..... ..... .....
---	---



Η έκφραση  $-x$  σημαίνει ο αντίθετος του  $x$ .



Η έκφραση  $-x$  μπορεί να αναπαριστά έναν αρνητικό αριθμό, το μηδέν ή ένα θετικό αριθμό.

44. Να υπολογίσετε την τιμή της μεταβλητής  $x$

- α) Ποια είναι η τιμή του  $-x$  αν  $x = -4$ ; .....
- β) Ποια είναι η τιμή του  $-x$  αν  $x = 4$ ; .....
- γ) Για ποιες τιμές του  $x$  θα είναι το  $-x$  θετικό; .....
- δ) Για ποιες τιμές του  $x$  θα είναι το  $-x$  αρνητικό; .....

45. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$-13 - (0,38 - 11 - 13) + (0,38 - 11)$$

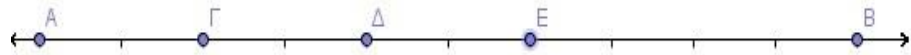
.....  
 .....  
 .....

46. Ποιο είναι μεγαλύτερο: Το άθροισμα  $-227 + 319$  ή Το άθροισμα  $227 - 319$ ;

.....  
 .....

47. Εξηγήστε τι λάθος εντοπίζετε στην ακόλουθη πρόταση: Αφού το 20 είναι ο αντίθετος του  $-20$ , η θερμοκρασία  $20^{\circ}$  είναι πολύ ζεστή, αφού η θερμοκρασία  $-20^{\circ}$  είναι πολύ κρύα.

**48. Δίνεται ο ακόλουθος άξονας αριθμών:**



- α) Αν  $\Gamma$  είναι ο αντίθετος του  $B$ , ποια είναι η τιμή του  $E$ ;  
β) Αν  $A$  είναι ο αντίθετος του  $B$ , είναι ο  $\Delta$  θετικός ή αρνητικός; Γιατί;  
γ) Αν ο  $\Delta$  είναι ο αντίθετος του  $B$ , ποιο από τα  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ , έχει την μεγαλύτερη τιμή;

**49. Να γράψετε τους επόμενους τρεις αριθμούς στις ακόλουθες κανονικότητες:**

- α)  $-5, -1, 3, \_, \_, \_$   
β)  $9, 6, 3, 0, \_, \_, \_$   
γ)  $-15, -10, -5, \_, \_, \_$   
δ)  $6, 4, 2, \_, \_, \_$

## A.7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών



Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού.



Το γινόμενο δύο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Δηλαδή:

$$+ \cdot + = + \text{ και } - \cdot - = +$$

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

Δηλαδή:

$$+ \cdot - = - \text{ και } - \cdot + = -$$



Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού  $\cdot$  μπορεί να παραλείπεται.

50. Όταν ένα διαστημικό λεωφορείο είναι στο πρώτο στάδιο της προσγείωσης κατέρχεται 3,5 μίλια ανά λεπτό. Αυτός ο ρυθμός είναι -3,5 μίλια/λεπτό.

α) Πόσα μίλια θα έχει κατέβει σε 10 λεπτά; .....

β) Το ύψος που βρίσκεται το διαστημικό λεωφορείο μειώνεται ή αυξάνεται; .....

γ) Είναι το γινόμενο  $(-3,5) \cdot 10$  ίσο με 35 ή -35; Γιατί; .....

.....

.....

51. Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου κάποια ομάδα έχασε σε δύο αγωνιστικές τρεις βαθμούς, ως ποινή για τα επεισόδια που διαδραματίστηκαν στον αγώνα που συμμετείχε. Ποια από τις παρακάτω πράξεις δείχνει το αποτέλεσμα των βαθμών που έχασε η ομάδα;

α)  $2 \cdot (-3)$

β)  $2 \cdot 3$

52. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα

α)  $3 \cdot (-4) =$  .....

β)  $2 \cdot (-4) =$  .....

γ)  $1 \cdot (-4) =$  .....

δ)  $0 \cdot (-4) =$  .....

ε)  $-1 \cdot (-4) =$  .....

στ)  $-2 \cdot (-4) =$  .....

ζ)  $-3 \cdot (-4) =$  .....

Τι παρατηρείτε;

.....

.....



**Ιδιότητες πολλαπλασιασμού**



Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

**(Αντιμεταθετική ιδιότητα)**

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$



Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενο τους ή να αναλύουμε ένα παράγοντα σε γινόμενο.

**(Προσεταιριστική ιδιότητα)**

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 1 δεν μεταβάλλεται.

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με το 0 μηδενίζεται.

$$0 \cdot \alpha = \alpha \cdot 0 = 0$$

**Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$



Οι ρητοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα:

$$\alpha \cdot \beta = 1$$

**53. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.**

α)  $(+1,5) \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

β)  $(-2,2) \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

γ)  $(-0,5) \cdot (+2,2 \cdot (-3,5)) = \dots\dots\dots$

δ)  $(-0,5 \cdot (+2,2)) \cdot (-3,5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ε)  $1 \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

στ)  $1 \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ζ)  $0,15 \cdot (-5) + 1,85 \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

η)  $(0,15 + 1,85) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

θ)  $(+3) \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = \dots\dots\dots$

ι)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \dots\dots\dots$

ια)  $(-0,25) \cdot (-4) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ιβ)  $(-1,3) \cdot 0 = \dots\dots\dots$

ιγ)  $0 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

$++=+$	Αν καλοί αθλητές (+) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)
$+--=-$	Αν καλοί αθλητές (+) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$--+=-$	Αν κακοί αθλητές (-) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$---=+$	Αν κακοί αθλητές (-) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)



**Γινόμενο πολλών παραγόντων**

Γνωρίζουμε ότι το γινόμενο θετικών ρητών είναι πάντα θετικό. Αν υπάρχει ένας παράγοντας που είναι αρνητικός μετατρέπει το γινόμενο σε αρνητικό. Στην περίπτωση που υπάρχει και δεύτερος αρνητικός παράγοντας ξαναμετατρέπει το γινόμενο σε θετικό κ.ο.κ.  
Άρα:

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο **πολλών παραγόντων** (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
  - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο** (ζυγό).
  - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό** (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.



Σύμφωνα με την επιμεριστική ιδιότητα, έχουμε:

$$(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = (\alpha + \beta)\gamma + (\alpha + \beta)\delta = \alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha\delta + \beta\delta$$

**54. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις προσπαθήσετε να προβλέψετε αν το γινόμενο κάθε έκφρασης είναι θετικό ή αρνητικό.**

- α)  $(-1)(-2)$
- β)  $(-1)(-2)(-3)$
- γ)  $(-1)(-2)(-3)(-4)$
- δ)  $(-1)(-2)(-3)(-4)(-5)$

**Να συμπληρώσετε τα κενά.**

- α) Για άρτιο πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι: .....
- β) Για περιττό πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι: .....
- γ) Σε ένα γινόμενο που περιέχει αρνητικούς και θετικούς παράγοντες επηρεάζουν οι θετικοί παράγοντες το πρόσημο του γινομένου; .....

**55. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:**

α) $(-1,4) \cdot 5$	β) $\left(+\frac{2}{3}\right) \cdot (-2,1)$	γ) $(-10) \cdot (-0,7)$

**56. Να υπολογίσετε το ακόλουθο γινόμενο:**

$$(-1)(-20)\left(+\frac{2}{3}\right)(-3)(0,25)$$

.....

.....

.....

.....

**57. Να υπολογίσετε το γινόμενο  $(-1)\alpha$ , όταν το  $\alpha$  παίρνει τις τιμές:  $+3, -1, 2, +\frac{2}{3}, -2$ .**

.....

.....

.....

.....

**58. Να εκτελέσετε τις πράξεις**

α) $-6 \cdot (\alpha - 2 - \beta)$	β) $(\alpha - 2)(\beta + 3)$	γ) $2\alpha + 3\beta + 4\alpha - 5\beta$

59. Ισχύει πάντα ότι  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ ; Εξηγήστε.

.....  
.....  
.....

60. Αν  $x = -3$ ,  $y = 2$  και  $z = -5$ , να γράψετε μία έκφραση που θα έχει κάθε μία από τις ακόλουθες τιμές.

α) 17

β) 0

γ) -1

δ) 1

ε) 7

## Α.7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών



Για να **διαρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς**, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

- το πρόσημο +, αν είναι **ομόσημοι**, Δηλαδή  
 $+: += +$  και  $-: - = +$
- το πρόσημο -, αν είναι **ετερόσημοι**, Δηλαδή:  
 $+: - = -$  και  $-: + = -$



Το πηλίκο της διαίρεσης  $\alpha : \beta$

ή  $\frac{\alpha}{\beta}$  λέγεται **λόγος του α προς το β** και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης



$$\beta \cdot x = \alpha$$

Η διαίρεση  $\frac{\alpha}{\beta}$  μπορεί να

γραφτεί  $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$ , επομένως για

να διαρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.



**Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.**

**61. Να υπολογίσετε τα πηλίκα:**

α)  $(+1,5) : (+5)$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

β)  $\left(+\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{7}{5}\right)$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

γ)  $(-0,45) : (-0,15)$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**62. Να λύσετε τις εξισώσεις:**

α)  $-6x = -24$

.....  
 .....  
 .....

β)  $-3x = +15$

.....  
 .....  
 .....

γ)  $x : (-2) = -3$

.....  
 .....  
 .....

**63. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:**

$$\left[\frac{2}{3}(-3) - (-2)(-9)\right] : [0,4(-10) - (-0,2)(-5)] + 7$$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**64. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων**

$$A = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - 1\right)$$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

$$B = \frac{-2 + \frac{3}{4} - \frac{5}{2}}{-2 \cdot \left(3 - \frac{1}{2}\right)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\Gamma = \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{12}{11}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{5} - \frac{9}{10}\right)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\Delta = \left(2 - \frac{2}{3}\right) : \left(-3 + \frac{1}{3}\right)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**65. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις**

$$A = 3 + \gamma - (3\alpha + 2\beta - \gamma) - 3\left(-\alpha + \frac{\beta}{3}\right) + \beta \cdot (5 - 2)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$B = -(\gamma - 2\alpha) + 2\left(\beta - \frac{\delta}{2}\right)$$

αν  $\alpha + \beta = -3$  και  $\gamma + \delta = -5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# Ασκήσεις προς λύση

## Θετικοί – Αρνητικοί

- 7.1.** Να γράψετε έναν αριθμό που να εκφράζει το καθένα από τα παρακάτω μεγέθη ή τις μεταβολές.
- Βάθος κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας
  - Αύξηση κατά 2 μονάδες
  - Θερμοκρασία πάνω από το μηδέν
  - Ζημία 1.000 ευρώ
  - Υψόμετρο πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας
  - Θερμοκρασία κάτω από το μηδέν
  - Αύξηση μισθού κατά 200 ευρώ
- 7.2.** Πάνω στον άξονα  $x'x$  έχουμε τα σημεία Μ και Κ που αντιστοιχούν στους αριθμούς 5 και -3. Να βρείτε τα συμμετρικά τους σημεία ως προς την αρχή Ο του άξονα.
- 7.3.** Να βρείτε ποιοι ακέραιοι αριθμοί βρίσκονται μεταξύ των αριθμών:
- 3 και 0
  - 2 και 2
  - 5,2 και -3,1
  - 0,2 και 6,9
- 7.4.** Αν σ' έναν άξονα τα σημεία Μ και Λ έχουν τετμημένες -3 και 2 αντίστοιχα, να βρείτε την τετμημένη του μέσου Α του ευθύγραμμου τμήματος ΜΛ.
- 7.5.** Να συγκρίνετε τους αριθμούς σε κάθε ζευγάρι και να σημειώσετε ανάμεσα τους το κατάλληλο σύμβολο ανισότητας (<, >)
- α) -7 0      β) 5 2      γ) 3 -3      δ)  $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{2}$
- ε) 0 2,1      στ) -7,2 -7      ζ) -6 1
- 7.6.** α) Οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι ετερόσημοι και ο 7 είναι ομόσημος του  $\beta$ . Ο αριθμός  $\alpha$  είναι αρνητικός ή θετικός;  
β) Οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι ομόσημοι και ο  $\alpha$  είναι ομόσημος του -1. Ο αριθμός  $\beta$  είναι αρνητικός ή θετικός;

## Απόλυτη τιμή

- 7.7.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α)  $|-3| + \kappa = |-4|$     β)  $4x - |-2| + |2| = |-5|$     γ)  $y - |4| = |-6| + 1$
- 7.8.** Συμπληρώστε τα κενά με κατάλληλο σύμβολο (< ή = ή > ή ≤ ή ≥)
- α) Αν  $x \leq 0$ :  $-x \dots 0$      $-|-x| \dots 0$      $3x \dots 0$      $-4x \dots 0$      $|x| \dots 0$      $-|-x| \dots 0$
- β) Αν  $y > 0$ :  $-y \dots 0$      $-|-y| \dots 0$      $3y \dots 0$      $-4y \dots 0$      $|y| \dots 0$      $-|-y| \dots 0$
- 7.9.** Για τους μη μηδενικούς ρητούς αριθμούς z και ω ισχύει  $|z| < |\omega|$ . Να συγκρίνετε τους z και ω αν:
- α)  $z < 0$  και  $\omega > 0$     β)  $z < 0$  και  $\omega < 0$     γ)  $z > 0$  και  $\omega < 0$     δ)  $z > 0$  και  $\omega > 0$
- 7.10.** Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο αριθμός x σε κάθε περίπτωση:
- α)  $|x| = 3$       β)  $|x| = \frac{1}{3}$       γ)  $|x| = 0$       δ)  $|x| = -1$

**7.11.** Γράψτε τους αντίθετους των αριθμών:

α)  $|-3|$                       β)  $|4|$                       γ)  $|-2,5|$                       δ)  $\left|\frac{2}{5}\right|$

**7.12.** Να κάνετε τις πράξεις:

α)  $|-2| \cdot |-3| + |4+3| : 7$       β)  $(|8:2+5| : 3-1) \cdot |-4|$

## Πρόσθεση ρητών αριθμών

**7.13.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

α)  $(-3)+(+4)+(-6)+(+5)$                       γ)  $\left(\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)+(+3)+\left(+\frac{1}{2}\right)$

β)  $(+2,3)+(-1,7)+(-2,8)+(+4,5)$       δ)  $\left(\frac{4}{5}+2\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)$

**7.14.** Να τοποθετήσετε στα κενά τα κατάλληλα πρόσημα, ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες.

α)  $(\dots 2)+(-4)=-6$                       γ)  $(\dots 8)+(+4)=12$

β)  $(+3)+(\dots 3)=0$                       δ)  $\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(\dots \frac{7}{3}\right)=1$

**7.15.** Να υπολογίσετε την θερμοκρασία που θα προκύψει σε κάθε περίπτωση:

α) Η θερμοκρασία βρίσκεται στους  $-3^{\circ}\text{C}$  και ανεβαίνει κατά  $4^{\circ}\text{C}$ .

β) Η θερμοκρασία βρίσκεται στους  $0^{\circ}\text{C}$  και ανεβαίνει κατά  $2^{\circ}\text{C}$ .

γ) Η θερμοκρασία βρίσκεται στους  $-5^{\circ}\text{C}$  και ανεβαίνει κατά  $5^{\circ}\text{C}$ .

**7.16.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

α)  $A=x+(y+z)$  αν  $x=-3,2$ ,  $y=-1,4$ ,  $z=4$

β)  $B=(-x)+(-y)+z$  αν  $x=-2$ ,  $y=7,1$ ,  $z=-5,1$

**7.17.** Να υπολογίσετε το άθροισμα  $K + \Lambda$ , αν είναι:

$K=|-5,6|+|2,3|$  και  $\Lambda=|+8,5|+|-10,24|+|-0,1|$

**7.18.** Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α)  $(-|-5|)+(-|+3|)$

β)  $(+|-1|)+(-|-10|)+(-|+17|)$

**7.19.** Ένας καταστηματάρχης έχει στο ταμείο του 1050 €. Κατά την διάρκεια της ημέρας έκανε τις παρακάτω διαδοχικές εισπράξεις και πληρωμές: +227 €, -79 €, +29 €, -91 €, -43 €, +118 €.

Τι ποσό έχει το ταμείο στο τέλος της ημέρας;

## Αφαίρεση ρητών αριθμών

**7.20.** Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές:

α)  $\left(-\frac{4}{5}\right)-(-3)$                       γ)  $(-7)-\left(+\frac{5}{6}\right)$

β)  $\left(+2\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$                       δ)  $\left(+1\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)$



**7.21.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων:

α)  $(-4) - (-3) + (+9) + (-2) - (-10)$

β)  $\left(+\frac{3}{5}\right) - (-3) + \left(2\frac{1}{2}\right) - (-0,2)$

γ)  $-\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left[-\left(2\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) + 1\frac{3}{10}\right]$

**7.22.** Να εξετάσετε αν οι εξισώσεις  $x - (-2) = 5$  και  $x - (+7) = -10 + (+5)$  έχουν την ίδια λύση.

**7.23.** Να απαλείψετε τις παρενθέσεις στην παράσταση  $A = -(2x - y + 3) - (-x + 3y - 2) + (2y - 1)$  και να βρείτε την τιμή της παράστασης A για  $x = 0$ .

**7.24.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α)  $A = -(x - y + 10) - (-6 - 2x) - (x - 4 + y)$

β)  $B = 11 - (x + y - z) - (2 - x) + (y - z)$

**7.25.** Αν  $x + y = -1$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $K = -(2x - 3y - 2) + (-x - 2y + 1) - (3 - 4x)$

**7.26.** Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $2x - |-14| = |-21|$

β)  $|+1,2| + x = -2,2 + |-3,2|$

γ)  $2,7 + |x| = -|-4,1|$

**7.27.** Ο Μέγας Αλέξανδρος γεννήθηκε το 356 π.Χ., έγινε βασιλιάς το 336 π.Χ. και έζησε 33 χρόνια. Να βρείτε πόσων ετών έγινε βασιλιάς και ποια χρονολογία πέθανε;

## Πολλαπλασιασμός ρητών

**7.28.** Συμπληρώστε τα πρόσημα και τους αριθμούς όπου λείπουν:

α)  $(\dots 2) \cdot (-2) \cdot (+7) = -28$

β)  $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot (-\dots) \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) = 1$

γ)  $\left(+\frac{1}{2}\right) \cdot (-3) \cdot (+\dots) = \dots \frac{3}{5}$

**7.29.** Συμπληρώστε με κατάλληλο σύμβολο ( $<$  ή  $=$  ή  $>$ ) τις παρακάτω προτάσεις:

α) αν  $2x < 0$ , τότε  $x \dots 0$

β) αν  $3κ > 0$ , τότε  $κ \dots 0$

γ) αν  $5α = 0$ , τότε  $α \dots 0$

δ) αν  $(-1)(-λ) < 0$ , τότε  $λ \dots 0$

**7.30.** Με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας, να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α)  $1,2 \cdot 13,4 + 2,8 \cdot 13,4$

β)  $4,1 \cdot 19,3 - 2,1 \cdot 19,3$

**7.31.** Αν είναι  $x + y = -1$ , να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α)  $3 \cdot (x + 2) + 3y$

β)  $1 + 2(x - 2 + y)$

**7.32.** Αν  $xy = -1$ , να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α)  $x \cdot (-1) \cdot (-y)$

β)  $3 \cdot (-x) \cdot (-2) \cdot y$

**7.33.** Να εκτελέσετε τις πράξεις:

α)  $3 \cdot (-2) \cdot (-4) - (-1) \cdot (+5) + (-3) \cdot (-4) \cdot (-1)$

β)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

**7.34.** Να εξετάσετε στις παρακάτω περιπτώσεις, αν οι αριθμοί  $x, y$  είναι αντίστροφοι:

α)  $3 \cdot (-x) \cdot 2 \cdot y = -6$

β)  $\frac{1}{2} \cdot (-x) \cdot (-y) \cdot 2 = 2$

γ)  $\frac{4}{5} \cdot y \cdot \left(-\frac{15}{12}\right) \cdot x = -1$

**7.35.** Να βρείτε το αποτέλεσμα των παρακάτω πράξεων:

α)  $(-2-3) \cdot (-5) - [ -(-1) - (-4) + 3 \cdot 6 ] + (-1) \cdot (-10+12)$

β)  $[ -3 - 2(-5+7) ] - [ (-2+1)(-2) + 3 \cdot (5-9) ]$

γ)  $-4 + (-2 \cdot 3 + 5) - [ 4 \cdot (-3) - 2 \cdot (-6+8) ] - 3 \cdot 5 + 6$

**7.36.** Να βρείτε το αποτέλεσμα των παρακάτω πράξεων:

α)  $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5} + 1\right) - \left[ -\frac{3}{2} + \left(2 - \frac{4}{3}\right) \cdot (-3) \right]$

β)  $\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-12) - \left(-2 - \frac{1}{4}\right) \cdot 4 + \left(2 - \frac{2}{3}\right) \cdot (-6)$

γ)  $\left[\left(\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - (-1+3) \cdot \frac{1}{8}\right] - \left[-\frac{1}{3} - \left(\frac{7}{4} - 2\right)\right]$

## Διαίρεση ρητών αριθμών

**7.37.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω πηλίκα:

α)  $\left(+\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{7}{8}\right)$

β)  $\left(-5\frac{1}{3}\right) : \left(-2\frac{1}{5}\right)$

γ)  $\left(-1\frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{1}{4}\right)$

**7.38.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x : 5 = -2$

γ)  $\left(-\frac{1}{2}\right) : y = -\frac{3}{4}$

β)  $8 : k = -2$

δ)  $\lambda : \left(-\frac{2}{3}\right) = -6$

**7.39.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\alpha) (-10:5-2)-[-7-(-6):(-2)]+14:7\cdot(-2)$$

$$\beta) \left[-\frac{1}{2}:3+\left(2-\frac{1}{3}\right):4\right]-\left[\left(-\frac{2}{3}:4\right)-\left(\frac{4}{3}-1:3\right)\right]$$

**7.40.** Να υπολογίσετε τις τιμές των ακόλουθων αριθμητικών παραστάσεων.

$$\alpha) \frac{[(-10)-(-3)]:(-1)+(-3)-(-4)}{(-6):(-2)-(-7)(-1)}$$

$$\beta) \frac{-[-4+(-8+3):(4-3)]-4\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{4}{5}+5\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)}$$

**7.41.** Αν  $x = 1$  και  $y = -\frac{1}{2}$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $A = \frac{x-5y+2xy}{x+y}$

**7.42.** Να υπολογίσετε τις τιμές των ακόλουθων αριθμητικών παραστάσεων.

$$\alpha) \left[\left(\frac{4}{3}-2\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]:\left[\left(-\frac{1}{2}-4\right):\left(-2+\frac{5}{7}\right)\right] \quad \gamma) -\left[\left(\frac{1}{3}-2\right)\cdot\left(\frac{5}{2}-\frac{7}{6}\right)-\left(1-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-1-\frac{1}{3}\right)\right]:\left(-\frac{16}{3}\right)$$

$$\beta) \frac{-2+\frac{8}{5}}{\left(-\frac{9}{4}\right):\left(-\frac{3}{2}\right)} \quad \delta) \frac{-1+\frac{1}{3}}{1-\frac{3}{2}}-1$$

**7.43.** Να υπολογίσετε τις τιμές των ακόλουθων αριθμητικών παραστάσεων.

$$\alpha) \frac{\left(\frac{3}{4}+1-\frac{7}{5}\right)-\left(1-\frac{3}{4}-\frac{1}{10}\right)}{\left(\frac{2}{4}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)} \quad \gamma) \frac{\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{20}-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}+\frac{2}{21}\right):\left(-\frac{5}{7}\right)}{\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right):\left(-\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{13}{11}\right)}$$

$$\beta) \frac{-\frac{2}{3}+\frac{-3}{8}\cdot\left(\frac{2}{3}-2\right)}{\frac{2}{3}+\frac{-3}{2}} \quad \delta) -\frac{\left(\frac{1}{3}-1\right):\left(-\frac{1}{3}-1\right)}{\frac{1}{4}-1}+\frac{\left(\frac{1}{5}-2\right):\left(\frac{2}{5}-1\right)}{\frac{1}{5}-1}$$

**7.44.** Υπολογίστε την τιμή της παράστασης  $\frac{|-10|+|-3|-|-1|}{|-3+5|+|-7|}$ .

**7.45.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{-\frac{x}{y}-\frac{4}{x}:\frac{4}{y}+5\frac{x}{y}}{3x:y-9\left(2+\frac{x}{y}\right)}$  αν ο λόγος του  $x$  προς το  $y$  είναι ίσος με  $-2$ .