
**Περιοδική έκδοση για τα
Μαθηματικά Γυμνασίου**
<https://mathsgymnasio.wordpress.com/>

Τεύχος 2

Περιεχόμενα

- Σελίδα 4:** Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄, Αριθμητική - Άλγεβρα, Κεφάλαιο 2, Κλάσματα
- Σελίδα 22:** Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄, Αριθμητική - Άλγεβρα, Κεφάλαιο 2, Δεκαδικοί Αριθμοί

Δουκάκης Σπυρίδων & Σαράφης Ιωάννης
Αθήνα, Οκτώβριος 2014
Έκδοση 2.0



Πρόλογος

Το δεύτερο τεύχος της περιοδικής έκδοσης για τα Μαθηματικά Γυμνασίου επιχειρεί να συμβάλει στην προσπάθεια δόμησης κατάλληλου διδακτικού υλικού, το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί τόσο στο πλαίσιο της σχολικής τάξης, όσο και στο σπίτι από τον ίδιο τον μαθητή και την μαθήτριά.

Το υλικό περιλαμβάνει φύλλα εργασίας τα οποία είναι δομημένα σε μορφή δίστηλου. Τα φύλλα εργασίας περιλαμβάνουν στην αριστερή στήλη και μέσα σε κατάλληλα πλαίσια θεωρία, χρήσιμες πληροφορίες, ιστορικά σημειώματα κ.α., τα οποία χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένα εικονίδια¹ για να μπορεί ο μαθητής και η μαθήτριά να διακρίνει το στόχο τους. Στο κύριο μέρος του φύλλου εργασίας ο μαθητής καλείται να εργαστεί ατομικά ή συνεργατικά για να οικοδομήσει τις γνώσεις τους, μέσα σε ένα πλαίσιο σκαλωσιάς μάθησης, βάσει του ισχύοντος προγράμματος σπουδών, των οδηγιών διδασκαλίας, του υλικού του σχολικού βιβλίου και του υλικού του βιβλίου εκπαιδευτικού. Το υλικό συνοδεύεται από επιλεγμένα μικροπειράματα² που προέρχονται από το ψηφιακό σχολείο, από άλλες πηγές ή έχουν αναπτυχθεί από τους συγγραφείς. Κάθε κεφάλαιο ολοκληρώνεται με ασκήσεις, που καλείται να λύσει ο μαθητής. Οι ασκήσεις έχουν αναπτυχθεί με γνώμονα τις ανάγκες της σχολικής τάξης και την εμβάθυνση των μαθητών στις μαθηματικές έννοιες.

Τα φύλλα εργασίας και οι ασκήσεις αποτελούν μία οργανωμένη συγκέντρωση των υπαρχουσών πηγών υλικού και στοχεύουν στην υποστήριξη της μάθησης των μαθητών και στην ενίσχυση της μαθηματικής εκπαίδευσης, μέσα από ένα πλούσιο σε πηγές πλαίσιο. Για το λόγο αυτό το υλικό προσφέρεται με άδεια creative commons, ώστε να είναι διαθέσιμο και «ανοικτό» σε όλη την εκπαιδευτική μαθηματική κοινότητα.

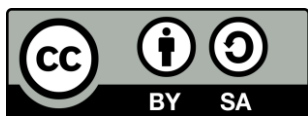
Το υλικό έχει δουλευτεί στις τάξεις, έχει αξιοποιηθεί από δεκάδες μαθητές και μαθήτριες και από αρκετούς εκπαιδευτικούς. Ευχαριστούμε για τη βοήθεια όλους τους συναδέλφους που μας στήριξαν σε αυτή την προσπάθεια και κυρίως τους συναδέλφους μαθηματικούς του PIERCE-Αμερικανικό Κολλέγιο Ελλάδος και της Ελληνογαλλικής Σχολής Καλαμαρι.

Το Τεύχος 2 περιέχει υλικό για τα ακόλουθα:

- **Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄ Αριθμητική-Άλγεβρα, Κεφάλαιο 2, Κλάσματα**
- **Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄ Αριθμητική-Άλγεβρα, Κεφάλαιο 3, Δεκαδικοί Αριθμοί**

Καλή μελέτη!

Σπυρίδων Δουκάκης & Ιωάννης Σαράφης
mathsgymnasio@gmail.com



Αυτό το υλικό διατίθεται με άδεια Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

Η αναφορά σε αυτό θα πρέπει να γίνεται ως εξής:

Δουκάκης, Σ., & Σαράφης, Ι. (2014). *Περιοδική έκδοση για τα Μαθηματικά Γυμνασίου, Τεύχος 2*, (Έκδοση 2.0, σ. 32).

Ευχαριστίες στους/στις εκπαιδευτικούς:

Βροντάκη Εμμανουήλ, Διαμάντη Χρήστο, Κάντα Σπυριδούλα, Μιχαλοπούλου Γεωργία και Πέρδο Αθανάσιο.

¹ Τα εικονίδια προέρχονται από το βιβλίο: Βακάλη Α., Γιαννόπουλος Η., Ιωαννίδης Ν., Κοίλιας Χ., Μάλαμας Κ., Μανωλόπουλος Ι., Πολίτης Π. (1999), *Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον*, ΙΤΥΕ, Διόφαντος.

² Τα μικροπειράματα προέρχονται από το Ψηφιακό σχολείο (dschool.edu.gr) και έχουν αναπτυχθεί από την ομάδα του Εργαστηρίου Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας με συντονιστή τον Καθ. Κυνηγό Χρόνη.

**Α' Γυμνασίου, Μέρος Α': Αριθμητική –
Άλγεβρα, Κεφάλαιο 2 - Κλάσματα**

Κεφάλαιο 2ο: Κλάσματα

Α.2.1. Η έννοια του κλάσματος



Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωρισθεί σε ν ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά αποτελεί το ένα νιοστό του μεγέθους και συμβολίζεται με το $\frac{1}{ν}$.



Κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από κ τέτοια ίσα μέρη, δίνεται από το κλάσμα $κ \cdot \frac{1}{ν} = \frac{κ}{ν}$ και διαβάζεται «κάπα νιοστά».



Ο παρονομαστής ενός κλάσματος δεν μπορεί να είναι μηδέν.



Ένα κλάσμα είναι μικρότερο από το 1 όταν:

.....



Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1 όταν:

.....



Ένα κλάσμα είναι ίσο με 1 όταν:

.....

1. Δραστηριότητα

Ένα βράδυ τρεις φίλοι αγοράζουν μια πίτσα και την χωρίζουν σε οκτώ ίσα κομμάτια. Ο ένας έφαγε το ένα, ο δεύτερος τα τρία και ο τρίτος δύο κομμάτια.

(α) Σε πόσα ίσα κομμάτια χωρίσαμε την πίτσα;

(β) Ποιο μέρος της πίτσας έφαγε ο πρώτος από τους φίλους;

(γ) Πώς διαβάζεται το μέρος της πίτσας που έφαγε ο πρώτος από τους φίλους;

(δ) Μπορείτε να βρείτε το μέρος της πίτσας που έφαγε ο δεύτερος από τους φίλους;

(ε) Τι μέρος της πίτσας περίσσεψε;



- Στο κλάσμα $\frac{3}{8}$
 - Αριθμητής
 - Κλασματική γραμμή
 - Παρονομαστής
- Ο Αριθμητής και ο Παρονομαστής λέγονται όροι του κλάσματος.
- Όλα τα νιοστά, δηλαδή ν νιοστά, μας δίνουν την αρχική ποσότητα: $\frac{ν}{ν} = 1$.
- Η έννοια του κλάσματος επεκτείνεται και στην περίπτωση που ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. Τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1.
- Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρονομαστή το 1.

2. Δώστε δύο παραδείγματα κλασμάτων που είναι μεγαλύτερα του 1.

.....

3. Δώστε δύο παραδείγματα κλασμάτων που είναι μικρότερα του 1.

.....

4. Γράψτε δύο φυσικούς αριθμούς σε μορφή κλάσματος.

.....



Ένα κλάσμα είναι ίσο με 0 όταν:

.....



Αφού προσδιορίσετε ποιο μέρος του όλου είναι το τμήμα ΑΚ, μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος του γνωρίζοντας το μήκος του ΑΒ.



Για να βρείτε την τιμή του μέρους χρειάζεται να ξεκινήσετε από την τιμή του όλου που είναι η τιμή της μονάδας.

5. Δραστηριότητα

(α) Παρατηρώντας το παρακάτω σχήμα, μπορείτε να βρείτε ποιο μέρος του μήκους του τμήματος ΑΒ είναι το μήκος του τμήματος ΑΚ; Πειραματιστείτε με το μικροπείραμα [mpa2_1.ggb](#).



<p>..... </p>	<p>Χρειάζεται να χωρίσω το τμήμα σε ίσα μέρη. Κάνοντας δοκιμές και πειραματισμό διαπιστώνω ότι χρειάζεται να το χωρίσω το τμήμα ΑΒ σε ίσα μέρη, ώστε να μπορώ να προσδιορίσω το μέρος που έχει το μήκος του τμήματος ΑΚ σε σχέση με το τμήμα ΑΒ. Έτσι, το τμήμα ΑΒ χωρίστηκε σε ίσα μέρη, ενώ παρατηρώ ότι το μήκος του τμήματος ΑΚ είναι ίσο με τα του ΑΒ.</p>
--	---

(β) Να υπολογίσετε το μήκος του ΑΚ, αν γνωρίζουμε ότι το ΑΒ είναι 32 cm;

<p>..... </p>	<p>Αφού το μήκος του ΑΒ είναι 32 cm, το ΑΚ θα έχει μήκος μικρότερο του ΑΒ. Επειδή το ΑΒ είναι 32 cm, κάθε ένα από τα ίσα μέρη του ΑΒ θα είναι ίσο με: Έχοντας υπολογίσει το μήκος που έχει ένα μέρος του ΑΒ, μπορώ να υπολογίσω το μήκος που θα έχει το ΑΚ, αφού γνωρίζω πόσα μέρη του ΑΒ είναι το ΑΚ. Το ΑΚ είναι ίσο με τα του ΑΒ. Συνεπώς, το ΑΚ θα έχει μήκος</p>
--	--

6. Άσκηση

Μια σοκολάτα ζυγίζει 120 gr και έχει 6 ίσα κομμάτια.

(α) Ποιο μέρος της σοκολάτας είναι το κάθε κομμάτι;

(β) Πόσα κομμάτια πρέπει να κόψουμε για να πάρουμε 40 gr;

.....

7. Άσκηση

Κατά την διάρκεια της εκδρομής, ένας φίλος σας, έχει ένα παγούρι που χωράει 500 ml νερού. Τον ρωτάτε αν έχει αρκετό νερό ακόμα και σας απαντάει: «Κοίτα εδώ! Έχει απομείνει το $\frac{1}{4}$ του νερού μου». Πόσα ml νερού έχει ακόμα στο παγούρι του;

.....

A.2.2. Ισοδύναμα κλάσματα



Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$

λέγονται **ισοδύναμα** όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών.

Επειδή εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι ίσα και μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$



Αν δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$

είναι ισοδύναμα τότε τα «χιαστί γινόμενα»: $\alpha \cdot \delta$ και $\beta \cdot \gamma$ είναι ίσα. Δηλαδή:

Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$



Η διαίρεση των όρων ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) λέγεται απλοποίηση του κλάσματος.



Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή) λέγεται **ανάγωγο**.

Ένα κλάσμα είναι ανάγωγο όταν ο ΜΚΔ του αριθμητή και παρονομαστή είναι 1.



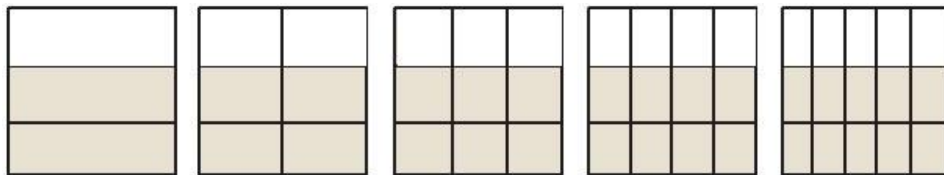
Το επίθετο ανάγωγο στα μαθηματικά προέρχεται από τη λέξη αναγωγή, δεν σχετίζεται με τη λέξη αν-αγωγή.



Για να ελέγξετε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα χρειάζεται να υπολογίσετε αν τα «χιαστί γινόμενα» είναι ίσα.

8. Δραστηριότητα

Τα παρακάτω πέντε τετράγωνα είναι χωρισμένα αντίστοιχα, σε ίσα μέρη.



(α) Προσπαθήστε να βρείτε για καθεμία περίπτωση το κλάσμα του τετραγώνου που αποτελεί το χρωματισμένο μέρος του;

--	--	--	--	--

(β) Στη συνέχεια συγκρίνετε τα κλάσματα, που θα βρείτε μεταξύ τους.

Τι παρατηρείτε για τα κλάσματα που βρήκατε;

.....

.....

.....



Για να κατασκευάσετε ισοδύναμα κλάσματα ή για να διαπιστώσετε ότι δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα, μπορείτε να εφαρμόσετε τους παρακάτω κανόνες:

- | | |
|--|--|
| 1. Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο. | $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ |
| 2. Όταν οι όροι ενός κλάσματος διαιρεθούν με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο. | $\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$ |

9. Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα.

.....

.....

.....

10. Να εξετάσετε αν τα κλάσματα $\frac{3}{5}$ και $\frac{10}{14}$ είναι ισοδύναμα. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa2_2.ggb](#).

.....

.....



Για να απλοποιήσετε ένα κλάσμα χρειάζεται να διαιρέσετε τον αριθμητή και τον παρονομαστή του, με τον ίδιο αριθμό.

Για να οδηγηθείτε σε ένα ανάγωγο κλάσμα χρειάζεται να διαιρέσετε αριθμητή και παρονομαστή με τον ΜΚΔ. Άρα για να απλοποιήσετε ένα κλάσμα:

1. Βρίσκετε έναν κοινό διαιρέτη αριθμητή και παρονομαστή.
2. Διαιρείτε αριθμητή και παρονομαστή με τον κοινό διαιρέτη.



Για να κάνετε ένα κλάσμα ανάγωγο:

1. Βρίσκετε τον ΜΚΔ αριθμητή και παρονομαστή.
2. Διαιρείτε αριθμητή και παρονομαστή με τον ΜΚΔ.



Για να μετατρέψετε ένα κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με άλλο παρονομαστή,

1. Χρειάζεται να διαιρέσετε το ζητούμενο παρονομαστή με αυτόν του κλάσματος
2. Χρειάζεται να πολλαπλασιάσετε τους όρους του κλάσματος με το πηλίκο που προκύπτει.

11. Να εξετάσετε αν τα κλάσματα $\frac{3}{8}$ και $\frac{18}{48}$ είναι ισοδύναμα.

.....

.....

.....

12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{30}{66}$.

.....

.....

.....

13. Το κλάσμα $\frac{8}{9}$ δεν απλοποιείται. Να εξηγήσετε γιατί.

.....

.....

.....

14. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{2}{5}$ σε ένα ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή 60.

.....

.....

.....

15. Δίνονται τα κλάσματα $\frac{1}{4}$, $\frac{12}{48}$ και $\frac{3}{12}$. Να εξετάσετε αν κάποια από τα κλάσματα είναι ίσα.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ομώνυμα και όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται ετερόνυμα.



Για να μετατρέψετε σε ομώνυμα δύο ή περισσότερα κλάσματα:

1. Ελέγχετε αν τα κλάσματα απλοποιούνται.
2. Αν απλοποιούνται τα κάνετε ανάγνωση.
3. Βρίσκετε το ΕΚΠ των παρονομαστών των ανάγωγων κλασμάτων.
4. Διαιρείτε το ΕΚΠ με τον παρονομαστή του κάθε κλάσματος.
5. Πολλαπλασιάζετε τους δύο όρους κάθε κλάσματος επί τον αντίστοιχο αριθμό που βρήκατε.

16. Δίνονται τα κλάσματα $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{3}$ και $\frac{4}{14}$. Να εξετάσετε αν κάποια από τα κλάσματα είναι ομώνυμα.

.....

.....

.....

17. Να μετατρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα $\frac{5}{6}$ και $\frac{3}{4}$.

.....

.....

.....

18. Να μετατρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ και $\frac{5}{20}$.

.....

.....

.....

.....

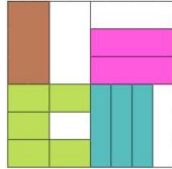
.....

A.2.3. Σύγκριση κλασμάτων



19. Δραστηριότητα

Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa2_3.ggb](#) για να διερευνήσετε τι μέρος του μεγάλου τετραγώνου καλύπτει κάθε χρώμα στο σχήμα.



.....



Από δύο ομώνυμα κλάσματα, εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.

20. Στο ωρολόγιο πρόγραμμα έχετε 40 ώρες μαθημάτων την εβδομάδα. Κάποιες από αυτές είναι: 7 ώρες αγγλικά, 4 ώρες μαθηματικά, 3 ώρες γυμναστική, 5 ώρες αρχαία, 5 ώρες νέα και 1 ώρα πληροφορική.

- (α) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι τα αγγλικά;
- (β) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι τα μαθηματικά;
- (γ) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι τα αρχαία;
- (δ) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι η γυμναστική;
- (ε) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι η πληροφορική;
- (στ) Ποιο μέρος του ωρολογίου προγράμματος είναι τα νέα;
- (ζ) Ποιο μάθημα καταλαμβάνει περισσότερες ώρες;
- (η) Να γράψετε τα παραπάνω μαθήματα από αυτό που καταλαμβάνει μεγαλύτερο προς αυτό που καταλαμβάνει μικρότερο μέρος.

7 ώρες > 5 ώρες
 (αγγλικά) (αρχαία)



Για να συγκρίνετε ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπετε σε ομώνυμα και συγκρίνετε τους αριθμητές τους.

21. Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{7}{12}$ και $\frac{5}{16}$.

.....



Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

22. Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{7}{10}$ και $\frac{7}{15}$. Γράψτε την αντίστοιχη σχέση.

.....



Αν το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι μεγαλύτερο του κλάσματος $\frac{\gamma}{\delta}$

μπορείτε να γράψετε:

$$\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\gamma}{\delta}$$

23. Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{5}{8}$ και $\frac{4}{9}$. Γράψτε την αντίστοιχη σχέση.

.....

24. Να εξηγήσετε γιατί το κλάσμα $\frac{2}{3}$ είναι μικρότερο του 1.

.....

25. Να εξηγήσετε γιατί το κλάσμα $\frac{3}{2}$ είναι μεγαλύτερο του 1.

.....

26. Μεταξύ ποιων διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκεται το κλάσμα $\frac{7}{8}$;

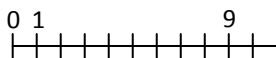
.....

27. Μεταξύ ποιων διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκεται το κλάσμα $\frac{16}{3}$;

.....



Η ευθεία των αριθμών



28. Να τοποθετήσετε στην ευθεία των αριθμών τα κλάσματα: (α) $\frac{2}{3}$ και (β) $\frac{8}{5}$

.....

29. Να βρείτε ένα κλάσμα μεγαλύτερο από το $\frac{2}{5}$ και μικρότερο από το $\frac{3}{5}$

.....

A.2.4. Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων



Για να προσθέσετε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα χρειάζεται να προσθέσετε τους αριθμητές τους.

Αν τα κλάσματα είναι ετερόνυμα αρχικά χρειάζεται να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ομώνυμα και στη συνέχεια προσθέτετε τους αριθμητές τους.

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$$

Με αντίστοιχο τρόπο μπορείτε να εργαστείτε για την αφαίρεση κλασμάτων.

$$\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha - \gamma}{\beta}$$

30. Δραστηριότητα

Έχετε 7 μπισκότα και θέλετε να τα μοιράσετε σε 4 άτομα.
Καταγράψτε τρόπους με τους οποίους θα τα μοιράσετε.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

31. Άσκηση

Ως μέλος του 15μελούς έχετε αναλάβει να ενημερώσετε τα 12 τμήματα του σχολείου για μία φιλανθρωπική δράση που θα οργανώσει το 15μελές. Την πρώτη περίοδο ενημερώνετε τα $\frac{4}{12}$ των τμημάτων, ενώ την δεύτερη περίοδο ενημερώνετε τα $\frac{2}{12}$ των τμημάτων. Πόσα τμήματα έχετε ενημερώσει συνολικά;

.....

.....

32. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

33. Να υπολογίσετε τη διαφορά και το άθροισμα των κλασμάτων $\frac{7}{20}$ και $\frac{3}{12}$.

.....

.....

.....

.....



Ισχύει ότι: $\frac{\alpha+\beta}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} + 1$

Μερικές φορές αντί να

γράψετε $1 + \frac{4}{5}$, μπορείτε να

γράψετε $1\frac{4}{5}$.



Ο συμβολισμός αυτός, που παριστάνει το άθροισμα ενός **ακέρατου** με ένα **κλάσμα** μικρότερο της μονάδας, ονομάζεται **μεικτός αριθμός**.



Για να μετατρέψετε ένα αποτέλεσμα σε μεικτό αριθμό εκτελείτε την ευκλείδεια διαίρεση:

$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$. Οπότε το κλάσμα γράφεται:

$$\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\delta \cdot \pi + \upsilon}{\delta} =$$

$$\frac{\delta \cdot \pi}{\delta} + \frac{\upsilon}{\delta} = \pi + \frac{\upsilon}{\delta} = \pi\frac{\upsilon}{\delta}$$

Ισχύει ότι:

$$\pi\frac{\upsilon}{\delta} = \pi + \frac{\upsilon}{\delta}$$

Γενικά ελέγχετε πόσες φορές χωράει ο παρονομαστής στον αριθμητή και το αποτέλεσμα καθορίζει τον ακέραιο αριθμό του μεικτού. Το υπόλοιπο τοποθετείται ως εκθέτης του νέου κλάσματος.

Για να μετατρέψετε ένα μεικτό αριθμό σε κλάσμα: Βρίσκετε το $\pi \cdot \delta + \upsilon$. Το τοποθετείτε στον αριθμητή και στον παρονομαστή τοποθετείτε το δ .

$$\pi\frac{\upsilon}{\delta} \rightarrow \frac{\pi \cdot \delta + \upsilon}{\delta}$$

34. Να εξετάσετε αν ισχύει ότι: $\frac{3+5}{5} = \frac{3}{5} + 1$.

.....

.....

.....

35. Να δείξετε ότι ισχύει: $\frac{\alpha-\beta}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - 1$.

.....

.....

.....

36. Να βρείτε τη διαφορά: $\frac{15}{4} - 1$ και το αποτέλεσμα να γίνει μεικτός.

.....

.....

.....

37. Να βρείτε το άθροισμα: $2 + 1\frac{1}{3}$.

.....

.....

.....

38. Ποιο κλάσμα πρέπει να προσθέσετε στο $\frac{3}{7}$ για να βρείτε άθροισμα $\frac{6}{9}$;

.....

.....

.....

39. Δίνεται ο μεικτός $3\frac{3}{4}$. Να τον γράψετε σε κλάσμα.

.....

.....

.....

40. Να εργαστείτε και με άλλα κλάσματα και μικτούς στο μικροπείραμα [mpa2_4.ggb](#).

A.2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων



Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$



Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί ένα κλάσμα είναι το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\lambda \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\lambda \cdot \gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \lambda$$



Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρονομαστή το 1.



Τα κλάσματα που έχουν γινόμενο 1 λέγονται αντίστροφα.

41. Σχεδιάστε δύο τετράγωνα και χωρίστε το ένα σε 5 ίσα μέρη με τη χρήση κάθετων γραμμών και το άλλο σε 3 ίσα μέρη με την χρήση οριζόντιων γραμμών. Στη συνέχεια ζωγραφίστε το $\frac{1}{5}$ του πρώτου τετραγώνου και τα $\frac{2}{3}$ του δεύτερου τετραγώνου. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa2_5.ggb](#).

Διερευνήστε τι συμβαίνει όταν τοποθετήσετε το δεύτερο τετράγωνο πάνω στο πρώτο.

.....

.....

.....

42. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{4} =$	(ii) $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5} =$	(iii) $\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{4} =$	(iv) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} =$
---------------------------------------	--	--	--

43. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $3 \cdot \frac{5}{4} =$	(ii) $\frac{2}{1} \cdot \frac{8}{5} =$	(iii) $\frac{14}{3} \cdot 5 =$	(iv) $\frac{14}{3} \cdot \frac{5}{1} =$
-----------------------------	--	--------------------------------	---

44. Να ελέγξετε αν τα ακόλουθα κλάσματα είναι αντίστροφα.

(i) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} =$	(ii) $\frac{2}{4} \cdot \frac{10}{5} =$	(iii) $\frac{14}{3} \cdot \frac{2}{9} =$	(iv) $\frac{1}{4} \cdot 4 =$
---------------------------------------	---	--	------------------------------

45. Να γράψετε δύο αντίστροφα κλάσματα που είναι ταυτόχρονα ισοδύναμα.

.....

.....

46. Να γράψετε ένα κλάσμα που δεν έχει αντίστροφο.

.....

.....



$$1 \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$

47. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $1 \cdot \frac{5}{2} =$	(ii) $\frac{2}{3} \cdot 1$	(iii) $1 \cdot \frac{2}{9}$	(iv) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1}$
-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--------------------------------------

Τι παρατηρείτε;

.....

.....



Αντιμεταθετική

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}$$

48. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} =$	(ii) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$	(iii) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9}$	(iv) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5}$
---------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

Τι παρατηρείτε;

.....

.....



Προσεταιριστική

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta} \right) = \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \right) \cdot \frac{\epsilon}{\zeta}$$

49. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} \right) =$	(ii) $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \right) \cdot \frac{4}{3} =$	(iii) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} =$
--	---	---

Τι παρατηρείτε;

.....

.....



Επιμεριστική

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} + \frac{\epsilon}{\zeta} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta}$$

50. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

(i) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{4}{3} \right) =$	(ii) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} =$
--	--

Τι παρατηρείτε;

.....

.....

51. Σε ένα σχολείο με 252 μαθητές, τα $\frac{5}{9}$ είναι αγόρια. Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια έχει το σχολείο;

A.2.6. Διαίρεση κλασμάτων



Με τον τρόπο αυτό μπορεί να παρουσιαστεί το πηλίκο δύο κλασμάτων. Γράφοντας $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ είναι σαν να τίθεται το ερώτημα: «Πόσα $\frac{1}{4}$ υπάρχουν στο $\frac{1}{2}$;»



Για να διαιρέσετε δύο φυσικούς αριθμούς αρκεί να πολλαπλασιάσετε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$



Για να διαιρέσετε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσετε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

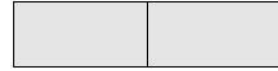
$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$$



Ένα κλάσμα, του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο κλάσμα.

52. Α. Πόσα $\frac{1}{4}$ υπάρχουν στο $\frac{1}{2}$; Διερευνήστε τι συμβαίνει αξιοποιώντας τα παρακάτω

σχήματα.



.....



.....

53. Να κάνετε τις διαιρέσεις.

(i) $3 : \frac{9}{4} =$

(ii) $1 : \frac{8}{5} =$

(iii) $\frac{14}{3} : \frac{4}{9} =$

(iv) $\frac{4}{9} : \frac{14}{3} =$

54. Να κάνετε τις διαιρέσεις.

(i) $\frac{3}{7} : \frac{9}{14} =$

(ii) $\frac{4}{3} : \frac{2}{15} =$

(iii) $\frac{9}{7} : \frac{9}{7} =$

(iv) $\frac{3}{5} : \frac{12}{20} =$

55. Να κάνετε τις διαιρέσεις.

(i) $1 : \frac{5}{2} =$

(ii) $\frac{2}{3} : 1 =$

(iii) $\frac{1}{1} : \frac{2}{9} =$

(iv) $\frac{1}{4} : \frac{1}{1} =$

56. Να ελέγξετε αν τα ακόλουθα κλάσματα είναι σύνθετα κλάσματα.

(i) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}}$

(ii) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}}$

(iii) $\frac{5}{3}$

(iv) $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{4}{4}}$



Για να μετατρέψετε ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό είναι χρήσιμο να θυμάστε ότι το σύνθετο κλάσμα είναι η διαίρεση δύο κλασμάτων:

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}$$

Συνεπώς μπορεί να γραφεί ως:

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta}, \text{ όπου για να γίνει η}$$

διαίρεση αντιστρέφεται το δεύτερο κλάσμα:

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$$

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να γίνει και ως εξής:

- Πολλαπλασιάζεται μέσους και άκρους. ή με άλλο λόγια
- Πολλαπλασιάζεται τον αριθμητή του πρώτου με τον παρονομαστή του δεύτερου και τον παρονομαστή του πρώτου με αριθμητή του δεύτερου.

Γενικά:

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

57. Να μετατρέψετε σε απλά τα σύνθετα κλάσματα:

(i) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{10}{9}} =$

(ii) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{8}{5}} =$

(iii) $\frac{\frac{7}{10}}{\frac{5}{8}} =$

58. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{4}{6}$$

.....

.....

.....

.....

Ανακεφαλαίωση

- | | |
|---|---|
| <p>1. Τι είναι κλάσμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>12. Πώς γράφουμε ότι ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από ένα άλλο;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>2. Τι σχέση έχει ο Αριθμητής και ο Παρανομαστής με τον Διαιρετέο και τον διαιρέτη;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>13. Πώς τοποθετούμε τα κλάσματα στην ευθεία των αριθμών;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>3. Κάθε αριθμός μπορεί να γραφεί με την μορφή κλάσματος;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>14. Πώς προσθέτουμε και πώς αφαιρούμε κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>4. Μπορεί ένα κλάσμα να είναι μεγαλύτερο του 1;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>15. Πώς γράφουμε ένα κλάσμα με την μορφή μεικτού αριθμού;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>5. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>16. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>6. Πώς ελέγχουμε ότι δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>17. Τι είναι αντίστροφα κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>7. Τι είναι ανάγωγο κλάσμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>18. Ποια κλάσματα δεν έχουν αντίστροφο κλάσμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>8. Πώς απλοποιούμε ένα κλάσμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>19. Ποιες ιδιότητες των πράξεων ισχύουν στα κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>9. Τι είναι ομώνυμα και τι ετερόνυμα κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>20. Πώς διαιρούμε δύο κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>10. Πώς κάνουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα ομώνυμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>21. Τι είναι σύνθετο κλάσμα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>11. Πώς συγκρίνουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>22. Πώς μετατρέπουμε ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό;</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |

23. * Ο Στέφανος κατέγραψε ότι από τα βιβλία στο σπίτι του το $\frac{1}{2}$ είναι μυθιστορήματα, ενώ ο Ανδρέας

διαπίστωσε ότι από τα βιβλία που υπάρχουν στο σπίτι του το $\frac{1}{5}$ είναι μυθιστορήματα.

Ο Στέφανος υποστήριξε ότι στο σπίτι του υπάρχουν περισσότερα βιβλία με μυθιστορήματα από ό,τι τα βιβλία με μυθιστορήματα του Ανδρέα.

A. Έχει δίκιο ο Στέφανος;

B. Γιατί; Γιατί όχι;

Γ. Τι χρειάζεται να κάνουμε;

24. * Η Κατερίνα έγραψε $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$.

A. Είναι σωστή η λύση;

B. Η Κατερίνα ρωτήθηκε σχετικά και είπε:

«Έφαγα 1 από τα 2 τoστ που είχα και η Χαρά έφαγε τα 2 από τα 3 τoστ που είχε. Άρα μαζί φάγαμε 3 από τα 5 τoστ που είχαμε».

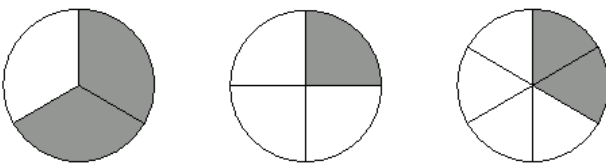
Γ. Χρειάζεται να πούμε κάτι στην Κατερίνα για να κατανοήσει το θέμα;

25. * Ο Βασίλης έγραψε $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$.

A. Είναι σωστή η λύση;

B. Ποιος είναι ο πιθανός λόγος που έδωσε αυτό το αποτέλεσμα;

26. * Ποιο σχήμα έχει σκιασμένο το $\frac{1}{3}$ της επιφάνειάς του;



A. Η Μαρία υποστήριξε ότι κανένα από τα σχήματα δεν έχει σκιασμένο το $\frac{1}{3}$ της επιφάνειάς του.

B. Τι χρειάζεται να κάνετε για να ελέγξετε αυτό που υποστηρίζει η Μαρία;

27. * Ο Χρήστος έγραψε ότι: $\frac{1}{6} > \frac{1}{4}$.

A. Έχει δίκιο;

B. Αν χρειάζεται να κάνετε κάτι, τι θα ελέγχατε;

Ασκήσεις προς λύση

2.1. Να βρείτε την τιμή της μεταβλητής x για να ισχύει η ισότητα:

A. $\frac{x-7}{12}=0$ B. $\frac{151-\kappa}{13}=0$ Γ. $\frac{x-2}{3}=1$ Δ. $\frac{9-x}{6}=1$ Ε. $\frac{2x+7}{25}=1$

2.2. Αν $A = \left(\frac{3}{4} + 2\right) : \frac{2}{3}$, $B = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5}$ και $\Gamma = \frac{3}{2} : \left(2 + 2\frac{1}{3}\right)$ να υπολογίσετε:

(α) Τις τιμές των A , B , Γ

(β) Την παράσταση $A : B + \Gamma + B \cdot A$

2.3. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{3 \cdot (5^2 - 4^2)}{3^4}$

B. $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4 + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$

Γ. $\left(\frac{5}{4} + 3\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{2} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$

Δ. $\frac{1}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{25} + 3 \cdot \left(3 - \frac{1}{4}\right)$

E. $\frac{5}{4} : \frac{25}{21} + \frac{11}{15} : 4\frac{8}{9} - \frac{1}{5}$
 $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$

2.4. Ένα τμήμα ενός δρόμου ασφαλτοστρώνεται σε 5 ώρες αν εργαστεί μια ομάδα από το συνεργείο που έχει αναλάβει το έργο, σε 7 ώρες αν εργαστεί μια άλλη ομάδα και σε 9 ώρες αν εργαστεί μια τρίτη ομάδα.

A. Τι μέρος του έργου ασφαλτοστρώνει σε μια ώρα κάθε ομάδα;

B. Τι μέρος του έργου ασφαλτοστρώνουν σε μια ώρα όταν εργαστούν και οι τρεις ομάδες ταυτόχρονα;

2.5. A. Σε μια τάξη 25 μαθητών, 6 μαθητές πήραν στο διαγώνισμα των Μαθηματικών βαθμό άριστα. Να βρείτε το μέρος των μαθητών που πήρε βαθμό άριστα.

B. Σε μια άλλη τάξη 20 μαθητών, 4 μαθητές πήραν βαθμό άριστα. Να βρείτε το μέρος των μαθητών που πήρε βαθμό άριστα.

Γ. Να μετατρέψετε τα παραπάνω κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 100 και να βρείτε ποια από τις δυο τάξεις είχε μεγαλύτερο ποσοστό άριστων στα μαθηματικά.

2.6. Να βρείτε για ποιες τιμές του φυσικού αριθμού γ έχουν νόημα τα παρακάτω κλάσματα:

A. $\frac{3}{3-\gamma}$

B. $\frac{2}{2\gamma-6}$

Γ. $\frac{1}{\gamma-4}$

2.7. Με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας να βρείτε τις τιμές των παρακάτω κλασμάτων:

A. $\frac{3x+3}{3}$

B. $\frac{2x-2}{2}$

Γ. $\frac{4x-12}{4}$

Δ. $\frac{5x+20}{5}$

2.8. Να βρείτε ποια κλασματική μονάδα παριστάνει καθένα από τα παρακάτω κλάσματα με την προϋπόθεση ότι ορίζονται τα κλάσματα:

A. $\frac{x+2}{2x+4}$

B. $\frac{x-3}{3x-9}$

Γ. $\frac{5x+10}{25x+50}$

Δ. $\frac{2x-4}{4x-8}$

2.9. Να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η μεταβλητή ω ($\omega \neq 0$, φυσικός) ώστε να ισχύει:

A. $\frac{\omega}{5} < 1$

B. $\frac{\omega}{3} < 1$

Γ. $\frac{4}{\omega} > 1$

Δ. $\frac{9}{\omega} > 1$

2.10. Αν $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$, να αποδείξετε ότι:

A. $\frac{2\alpha-\beta}{\alpha} = 2 - \frac{\beta}{\alpha}$

B. $\frac{4\alpha+6\beta}{2\beta} = \frac{2}{\beta} + 3$

Γ. $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\alpha\gamma}$

Δ. $\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

2.11. Αν είναι $x+y = \frac{3}{2}$ και $z+y = \frac{4}{3}$, να υπολογίσετε την παράσταση $x+2y+z$.

**Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄: Αριθμητική –
Άλγεβρα, Κεφάλαιο 3 - Δεκαδικοί αριθμοί**

Κεφάλαιο 3ο: Δεκαδικοί αριθμοί

Α.3.1. Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί - Διάταξη δεκαδικών αριθμών - Στρογγυλοποίηση



Η θέση των ψηφίων σε έναν αριθμό προσδιορίζει την τάξη τους (δηλαδή την αξία τους σε συγκεκριμένες μονάδες).



Κάθε δεκαδικός αριθμός έχει:
α) **ακέραιο μέρος**,
β) **δεκαδικό μέρος**,
τα οποία διαχωρίζονται από την **υποδιαστολή**.



Στο **δεκαδικό μέρος** οι τάξεις είναι τα δέκατα, τα εκατοστά, τα χιλιοστά, τα δεκάκις χιλιοστά, τα εκατοντάκις χιλιοστά, τα εκατομμυριοστά κ.λπ.

Στο **ακέραιο μέρος** οι τάξεις είναι σε Μονάδες, Δεκάδες, Εκατοντάδες κ.λπ.



Δέκα μονάδες μίας τάξης είναι μία μονάδα μεγαλύτερης τάξης.



Κάθε φυσικός μπορεί να γραφεί ως δεκαδικός, με μηδενικό δεκαδικό μέρος.



Τα μηδενικά στην αρχή του ακεραίου μέρους ή στο τέλος του δεκαδικού, είναι σα να μην υπάρχουν.



Στους υπολογιστές και σε ορισμένες χώρες, για το διαχωρισμό του ακεραίου από το δεκαδικό μέρος, αντί του κόμματος « , », χρησιμοποιείται η τελεία « . ». (π.χ.: 5.124 αντί του 5,124)

1. Δραστηριότητα

- (α) Να καταγράψετε έναν τετραψήφιο φυσικό αριθμό με 4 διαφορετικά ψηφία.
.....
- (β) Να προσδιορίσετε τις μονάδες, τις δεκάδες, τις εκατοντάδες και τις χιλιάδες του παραπάνω αριθμού.
.....
- (γ) Να καταγράψετε έναν δεκαδικό αριθμό.
.....
- (δ) Να προσδιορίσετε στον δεκαδικό αριθμό 7435,62 τις μονάδες, τις δεκάδες, τις εκατοντάδες, τις χιλιάδες, τα δέκατα, τα εκατοστά.
.....
.....
.....
.....
.....
- (ε) Για να γίνουν τα δέκατα 7 στον παραπάνω αριθμό, πόσα εκατοστά χρειάζονται;
.....
- (στ) Να γράψετε έναν φυσικό αριθμό. Στη συνέχεια να τον γράψετε ως δεκαδικό αριθμό.
.....
.....
- (ζ) Τι σχέση έχουν οι αριθμοί σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα.

(i) 7,500 και 7,5	(ii) 005,2 και 5,2
-------------------	--------------------



Αν δύο δεκαδικόι αριθμοί αρχίζουν από ψηφίο της ίδιας τάξης, μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει το μεγαλύτερο ψηφίο στην αρχική τάξη.

Να γράψετε δύο τέτοιους δεκαδικούς αριθμούς.

.....
.....



Αν δύο δεκαδικόι αριθμοί αρχίζουν από το ίδιο ψηφίο της ίδιας τάξης, μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει το αμέσως επόμενο ψηφίο μεγαλύτερο.

Να γράψετε δύο τέτοιους δεκαδικούς αριθμούς.

.....
.....



Για να στρογγυλοποιήσετε ένα δεκαδικό αριθμό:

- Προσδιορίζετε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
- Εξετάζετε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
 - Αν αυτό είναι μικρότερο του 5, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται.
 - Αν είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 5, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

2. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa3 1.ggb](#).

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάτ. χιλιοστά	Εκατοτ. χιλιοστ.	Εκατομμυριστά
1	5	1	3	,	0	0	3			
		2	7	,	1	8	0	6		
		0		,	4	0	5	9	0	8
	9	5	0	,	4	2	0			
8	5	0	0	,	7					
1	5	4	5	,	8	6	4	5	2	
9	5	2	8	,	9					
9	8	0	1	,	5	1	3	3		
4	6	3	7	,	2	5	2			
1	5	1	3	,	0	0	4			
1	5	1	3	,	1					

(α) Επιλέξτε δύο από τους αριθμούς και προσπαθήστε να τους γράψετε ολογράφως.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(β) Προσπαθήστε να τους τοποθετήσετε σε αύξουσα σειρά στο δεξί πλαίσιο.

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάτ. χιλιοστά	Εκατοτ. χιλιοστ.	Εκατομμυριστά
1	5	1	3	,	0	0	3			
		2	7	,	1	8	0	6		
		0		,	4	0	5	9	0	8
	9	5	0	,	4	2	0			
8	5	0	0	,	7					
1	5	4	5	,	8	6	4	5	2	
9	5	2	8	,	9					
9	8	0	1	,	5	1	3	3		
4	6	3	7	,	2	5	2			
1	5	1	3	,	0	0	4			
1	5	1	3	,	1					

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάτ. χιλιοστά	Εκατοτ. χιλιοστ.	Εκατομμυριστά	
											1
											2
											3
											4
											5
											6

(γ) Με βάση τους αριθμούς που έχετε τοποθετήσει σε αύξουσα τάξη, να στρογγυλοποιήσετε στη μονάδα τους 6 αριθμούς που έχουν επισημανθεί. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa3 2.ggb](#).

.....
.....
.....

3. Στα τρία τρίμηνα στο μάθημα της πληροφορικής της α΄ γυμνασίου, τρεις μαθητές έλαβαν τους βαθμούς που εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα. Να υπολογίσετε το μέσο όρο του μαθητή και να τον στρογγυλοποιήσετε στη μονάδα.

	α τρίμηνο	β τρίμηνο	γ τρίμηνο	Μέσος όρος	Τελικός βαθμός
1ος μαθητής	18	18	20		
2ος μαθητής	19	19	20		
3ος μαθητής	19	20	20		

Δεκαδικό κλάσμα



Δεκαδικό κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έχει παρονομαστή μια δύναμη του 10.



Στην περίπτωση που το ηλίκιο δεν είναι ακριβές, συνήθως ο δεκαδικός αριθμός γράφεται με προσέγγιση δέκατου ή εκατοστού ή χιλιοστού κλπ.



Οι δεκαδικοί αριθμοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών.



Κάθε δεκαδικός αριθμός γράφεται ως δεκαδικό κλάσμα, αν ως αριθμητή γράψετε τον αριθμό χωρίς την υποδιαστολή και ως παρονομαστή δύναμη του 10 με τόσα μηδενικά, όσα και τα δεκαδικά ψηφία του αριθμού.



Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός, με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα μηδενικά έχει ο παρονομαστής του.



Για να μετατρέψετε ένα κλάσμα σε δεκαδικό κλάσμα:

1. Μετατρέπετε το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό.
2. Μετατρέπετε τον δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα.

4. Στον δεκαδικό αριθμό $\square 0, \square 9$ λείπουν δύο ψηφία του.

- (α) Συμπληρώστε τα κενά έτσι, ώστε κανένα ψηφίο του αριθμού να μην είναι ίδιο με άλλο.
 (β) Βρείτε ποιος είναι ο μεγαλύτερος ή ο μικρότερος δεκαδικός που μπορείτε να γράψετε;

.....

5. Όταν κάποια στιγμή σας έβαλαν θερμομέτρο για να δουν τη θερμοκρασία σας, ακούσατε το εξής: «Έχεις δέκατα!». Τι σημαίνει αυτή η έκφραση;

.....

.....

6. Έστω ο δεκαδικός αριθμός 0,5. Δώστε ένα παράδειγμα που χρησιμοποιείται αυτό τον αριθμό για να εκφράσετε κάποια αγορά.

.....

.....

7. Καταγράψτε τέσσερα δεκαδικά κλάσματα που το καθένα να έχει διαφορετικό παρονομαστή από το άλλο.

.....

8. Να γράψετε τα ακόλουθα κλάσματα, ως δεκαδικούς αριθμούς με την εκτέλεση των αντίστοιχων διαιρέσεων:

(α) $\frac{20}{4}$

(β) $\frac{50}{8}$

(γ) $\frac{520}{67}$

9. Να γράψετε, ως κλάσματα, τους δεκαδικούς αριθμούς: (α) 2,35 και (β) 0,348.

(α) 2,35

(β) 0,348

10. Να γράψετε, ως δεκαδικούς αριθμούς, τα κλάσματα:

(α) $\frac{314}{100}$

(β) $\frac{769}{1000}$

Τι παρατηρείτε σε σχέση με την γραφή του δεκαδικού αριθμού και το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων που έχει;

.....

.....

11. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{10}{8}$ σε δεκαδικό κλάσμα.

.....

.....

.....

.....

12. Να τοποθετήσετε στην ευθεία των αριθμών τους δεκαδικούς αριθμούς:

(α) 0,8

(β) 1,35

Καταγράψτε τον τρόπο με τον οποίο θα τοποθετήσετε ένα δεκαδικό αριθμό στην ευθεία των αριθμών σε σχέση με την γραφή του δεκαδικού αριθμού;

.....

.....

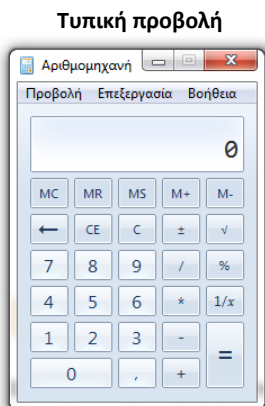
.....

.....

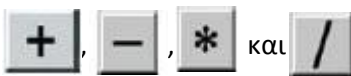
.....

13. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa3 3.ggb](#).

A.3.3. Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης



Τα σύμβολα για τις βασικές πράξεις είναι τα ακόλουθα:



Με το πάτημα του πλήκτρου  στην οθόνη εμφανίζεται το αποτέλεσμα της πράξης.

14. Να καταγράψετε τα βήματα που θα ακολουθήσετε για να εκτελέσετε τις πράξεις:

(α) Άθροισμα των αριθμών 128,35 και 59,003

.....

(β) Διαφορά των αριθμών 752 και 38,498





.....

(γ) Γινόμενο των αριθμών 1520,39 και 3,759

.....

(γ) Πηλίκο των αριθμών 859 και 10,19

.....

Τα ακόλουθα πλήκτρα αποτελούν βοηθητική μνήμη:	
	εμφανίζει στην οθόνη τον αριθμό που είναι τοποθετημένος στη μνήμη,
	σβήνει το περιεχόμενο της μνήμης και
	προσθέτει στον αριθμό που υπάρχει στη μνήμη το περιεχόμενο της οθόνης
	αφαιρεί από τον αριθμό που υπάρχει στη μνήμη το περιεχόμενο της οθόνης



Προτεραιότητα πράξεων:

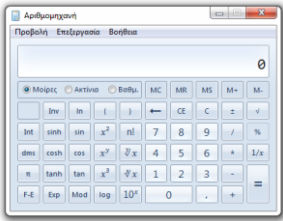
- Προηγούνται οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.
- Δυνάμεις
- Πολλαπλασιασμοί και Διαιρέσεις
- Προσθέσεις και Αφαιρέσεις

Οι πράξεις ίδιας προτεραιότητας εκτελούνται από αριστερά προς τα δεξιά.

15. Να καταγράψετε τα βήματα που θα ακολουθήσετε για να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης: $(1,5 : 3 + 0,4 \cdot 7) \cdot 5 - 31,2 : (0,9 \cdot 2 + 3,3 : 1,1)$ με τη χρήση υπολογιστή τσέπης ή την αριθμομηχανή του υπολογιστή σε τυπική προβολή.

.....

Επιστημονική Προβολή



Ένας επιστημονικός υπολογιστής τσέπης ή η επιστημονική προβολή της αριθμομηχανής του υπολογιστή περιλαμβάνει και σύμβολα για άλλες πράξεις, όπως την πράξη της δύναμης, αλλά και την χρήση των παρενθέσεων.

Με το πλήκτρο  μπορείτε να υπολογίσετε δυνάμεις.

Αρχικά πληκτρολογείτε την βάση
Στη συνέχεια πατάτε το παραπάνω πλήκτρο και
Τέλος, πληκτρολογείτε τον εκθέτη.

16. Να υπολογίσετε με τη χρήση υπολογιστή τσέπης ή την αριθμομηχανή του υπολογιστή τις δυνάμεις και να καταγράψετε το αποτέλεσμα:

(α) $2,52^1$

(β) $2,52^2$

(γ) $2,52^3$

(α) $0,22^1$

(β) $0,22^2$

(γ) $0,22^3$

Τι παρατηρείτε ανάμεσα στις δυνάμεις με την ίδια βάση και το αποτέλεσμα της πράξης;


.....


.....



.....



.....

17. Ποια αριθμητική παράσταση υπολογίζεται, με τις παρακάτω πράξεις που έχουν γίνει στο κομπιουτεράκι και ποιο είναι το τελικό αποτέλεσμα;

$7,28 \div 5,2 - 0,4 = ?$ $5,8 + 4,2 = ?$ 

$2,4 + 7,1 = ?$ $\div 5 = ?$ $+ 0,1 = ?$ 

$2,03 + 0,47 = ?$ $\cdot 3,2 = ?$   $? \cdot \text{MC} ?$

18. Πώς μπορούν να αξιοποιηθούν οι παρενθέσεις   σε έναν επιστημονικό υπολογιστή τσέπης ή στην επιστημονική προβολή της αριθμομηχανής του υπολογιστή;

.....

.....

.....

.....

Ασκήσεις προς λύση

- 3.1.** Δίνονται τα ψηφία 4, 1, 5, 6, 9, 2, 7. Αφού τοποθετήσετε τα ψηφία σε αύξουσα σειρά, να τοποθετήσετε υποδιαστολή, ώστε να προκύψει αριθμός ο οποίος θα βρίσκεται μεταξύ των:
- A.** 1 και 10
B. 100 και 1.000
Γ. 1.000 και 10.000
- 3.2.** Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει στον αριθμό $12,\square 7$ αν γνωρίζετε ότι, όταν ο αριθμός στρογγυλοποιείται στο πλησιέστερο δέκατο, γίνεται ίσος με 12,6.
- 3.3.** Αν είναι $x = 3,4$, $y = 2,7$ και $z = 6,3$, να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
- A.** $x + y$
B. $y + z$
Γ. $z + x$
Δ. $x + y + z$
- 3.4.** Αν $x = 19,2 - 13,8$ και $y = 93,5 - 87,3$, να κάνετε τις πράξεις:
- A.** $y - (y - x) + 4$
B. $x + y - (y + 2)$
Γ. $x - (y - 5)$
- 3.5.** Να κάνετε τις πράξεις:
- A.** $12,34 + 6,09 - 12,98 + 1,56$
B. $0,304 + 2,06 - 1,99 + 1,002$
- 3.6.** Να κάνετε τις πράξεις:
- A.** $(12,5 : 10) - (846 : 1.000) + (313 : 100)$
B. $(0,03 : 0,1) + (0,6 : 0,001) - (0,7 : 0,01)$
- 3.7.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:
- A.** $20 \cdot x^2 + (20 \cdot x)^2$, όταν $x = 0,1$
B. $y^2 + 2 \cdot y - 0,3$, όταν $y = 0,4$
- 3.8.** Αν $x - y = 3$ και $z = w = 1,5$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
- $$K = 13 \cdot x - (3^2 + 2^2) \cdot y + (1,4 : 0,14) \cdot w + (x - y)^2 \cdot z + (2^2 - 3) \cdot z$$
- 3.9.** Τα $\frac{4}{5}$ του λίτρου γάλακτος κοστίζουν 0,8 ευρώ. Να υπολογίσετε πόσο κοστίζουν:
- A.** το $\frac{1}{5}$
B. το 1 λίτρο
Γ. τα 3 λίτρα
- 3.10.** Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:
- A.** $(3,4 - 2,1)^2 - 19 \cdot 0,01 + 0,05$
B. $(6^2 + 3 \cdot 4 - 5 \cdot 9 - 1,8 : 0,9)^{2014} + (4^3 + 2 \cdot 18 - 0,5 : 0,01)^4$

- 3.11.** Μια μικρή οικογενειακή γαλακτοβιομηχανία διαθέτει 950 κιλά γάλα και θέλει να τα συσκευάσει σε μπουκάλια χωρητικότητας 2 λίτρων το καθένα. Πόσα δοχεία θα χρειαστεί;
- 3.12.** Η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 52,4 dm. Να υπολογίσετε την πλευρά του.
- 3.13.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν ορθογωνίου που έχει μήκος 1,3 m και πλάτος 4,7 m.

